

## 儿童数学学习的基本认知规律

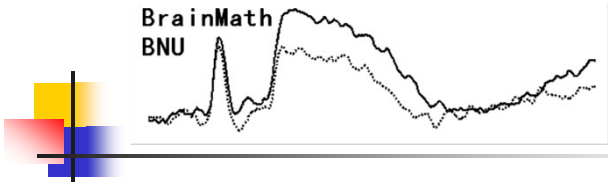
北京师范大学脑与认知科学研究院  
认知神经科学与学习国家重点实验室  
脑与数学认知实验室

周新林

2012-09

美国前教育部长罗德里克·佩奇(Roderic Paige)在2002年阐述美国教育资助政策时，特别强调：

“我们正寻求一个可以联系基础认知科学及脑科学与学校及教学设计的计划。在这些科学领域，已有丰富及广博的基础知识和专业知识。我们必须设法将其应用到教育上”

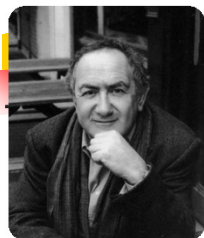


BrainMath  
BNU

通过揭示数学学习和数学思维的大脑认知活动规律，促进亿万青少年儿童科学、有效和愉快地掌握数学



## 国际合作者



Prof. Brian Butterworth, UCL  
Collaborating on: Children's dyscalculia



Prof. James Booth Northwestern University  
Collaborating on: Math brain in cultures



Prof. Chen Chuansheng University of California  
Collaborating on: brain imaging of mathematical learning

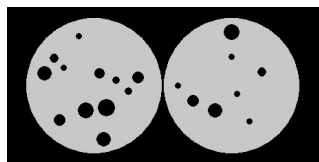


Dr. Yulia Kovas University of London  
Collaborating on: Development of kindergartners' math



Dr. Joey Tang Hong Kong University  
Collaborating on : Developmental assessment tool for dyscalculia


5



3 7


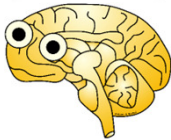
6 × 9  
4 × 8  
2 × 9

三年级和四年级一共种树  
306棵，三年级种树120棵  
四年级种树多少棵？  
260 250 270 265



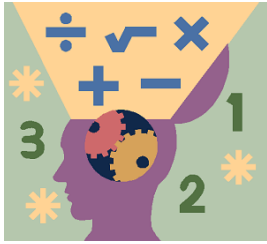
## 研究问题

- 问题1: 为何存在数学脑
- 问题2: 计算障碍与数学困难
- 问题3: 影响数学学习的因素
- 问题4: 学习方法对数学脑的塑造作用
- 问题5: 数学性别差异

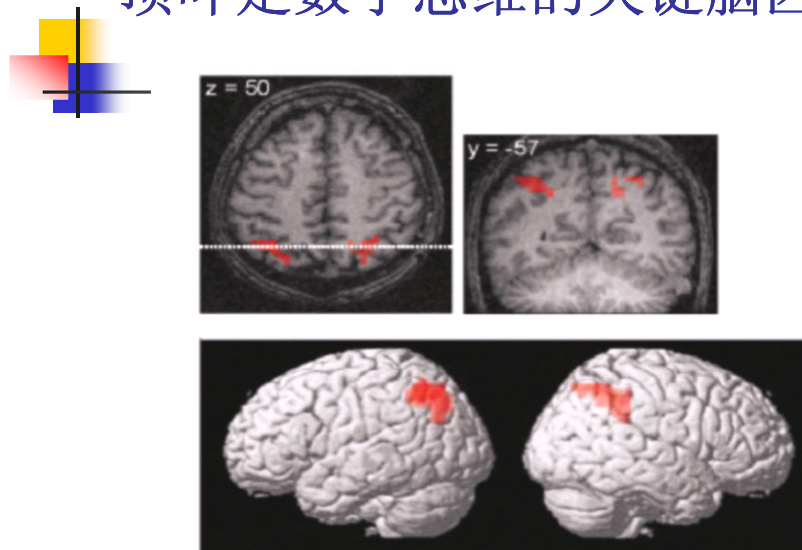



## 问题1: 为何存在数学脑

- 学生分科学学习的必要性(文理科)
- 如何认识偏科现象
- 如何科学、有效地学习数学



# 顶叶是数学思维的关键脑区



Subtraction - Idiom Processing

16 7 9

減法



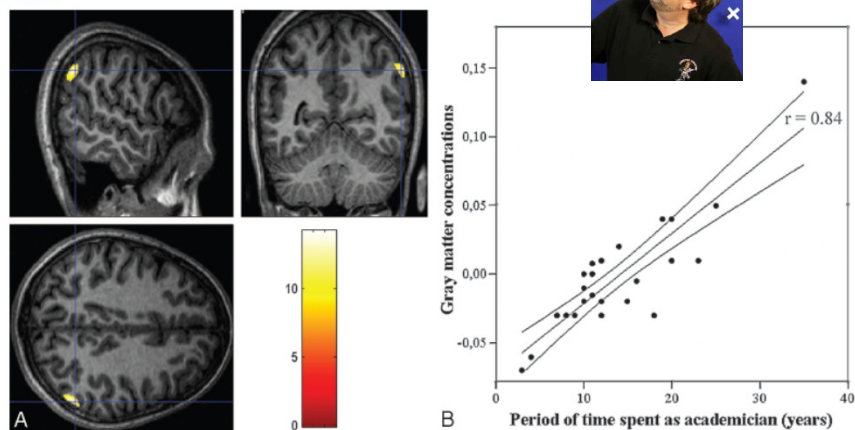
Idiom Processing - Subtraction

草木皆兵

成語



## 数学家的脑

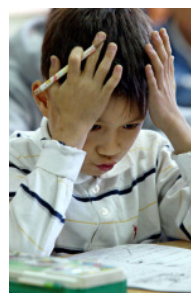
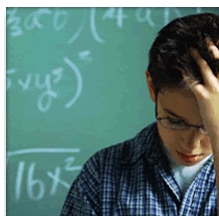


**Fig 2.** A, The result of the regression analysis testing the correlation between gray matter density of the mathematicians and period of time spent as an academician is overlaid on the normalized T1-weighted images. They show that gray matter density in the right inferior parietal region (Talairach coordinates:  $x = 57, y = -60, z = 34$ ) of the mathematicians is strongly correlated with the duration of time spent as an academician ( $z = 7.28; P < .05$ , FWE corrected). B, The gray matter density values from the voxels showing the maximum correlation on the SPM regression analysis are extracted into SPSS. The scatter-plot graph shows the linear regression between the gray matter density and the duration of time spent as an academician ( $r = 0.84; P < .01$ ). The *middle line* represents the linear regression, and the curves around it represent the 95% confidence intervals.

- 数字加工为何在顶叶
  - 数量加工
  - 形状加工（数字词汇语义贫乏）

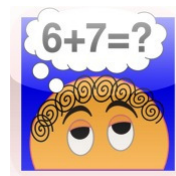
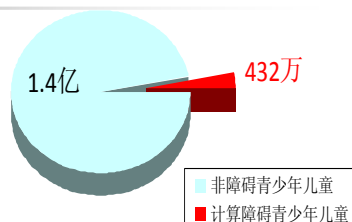
## 问题2：计算障碍与数学困难

- 计算障碍的诊断
- 计算障碍的大脑结构特征与能力特征
- 计算障碍的干预
- 数学困难的干预



## 计算障碍的诊断

- 计算障碍是指数字符号系统学习困难
- 数学困难指数学学习成绩落后于某一标准, 采用标准化数学学业成绩测验判断



## 计算障碍的诊断

### ■ 计算障碍的诊断:

#### ■ 学业成绩筛选法:

- 如果某个儿童的心理潜能与算术成绩不一致或算术成绩的年级水平低于他实际所在年级2个年级水平,就可以把他诊断为计算障碍患者 (Gross-Tsur, 1996; Ramaa, 2002)
- 数学成绩为全年级(班)倒数15%或25%以内 (张明, 2002; 张承芬, 2000; 周楚, 2004)

#### ■ 标准化测验:

- 广域成就测验
- Shalev 等人编制的计算测验
- 儿童数字加工和计算的神经心理测验
- 计算测验第二版, 第三版 (Kalkulia II, III)
- 数字三角测验 (The Number Triangle Test)
- 数学能力诊断测验 (Key Math Diagnostic Test)
- Dyscalculia Screener

儿童计算障碍评估量表 - Mozilla Firefox

文件(F) 编辑(E) 查看(V) 历史(S) 书签(B) 工具(T) 帮助(H)

儿童计算障碍评估量表 x Stanilas Dehaene - Pipi Profiles x Curriculum vitae - Experimental Cog... x 迅雷7

www.dweipsy.com/lattice/login/dyscalculia\_assessment.jsp

儿童计算障碍评估量表 语言(Language) 简体中文

首页 个体 集体 成果 在线留言 我们

**CNL** 新闻

当前心理测验

1. 选择反应时(有知觉线索)
2. 点阵数量比较
3. 简单减法测验
4. 多位数计算
5. 数字数量大小比较
6. 点阵数量估计

介绍

适合6岁及以上个体使用。主要评估是否存在计算障碍。每一个分测验单独评分, 数字测验3~6的得分平均后作为评估计算障碍的主要依据, 如果小于3分, 则可能存在计算障碍; 如果同时测验态度认真, 选择反应时和Raven图形推理成绩正常, 此障碍则可能是数字特异的。

用户名:

密码:

登陆用户数: 2 浏览次数: 53700

**公告** 更多

- ▶ 多维心理推出网络版心理实验系统
- ▶ 数学能力与语言能力发展研究计划
- ▶ 中国小学生计算困难远程干预计划
- ▶ 中国双生子心理发展评估与促进计划

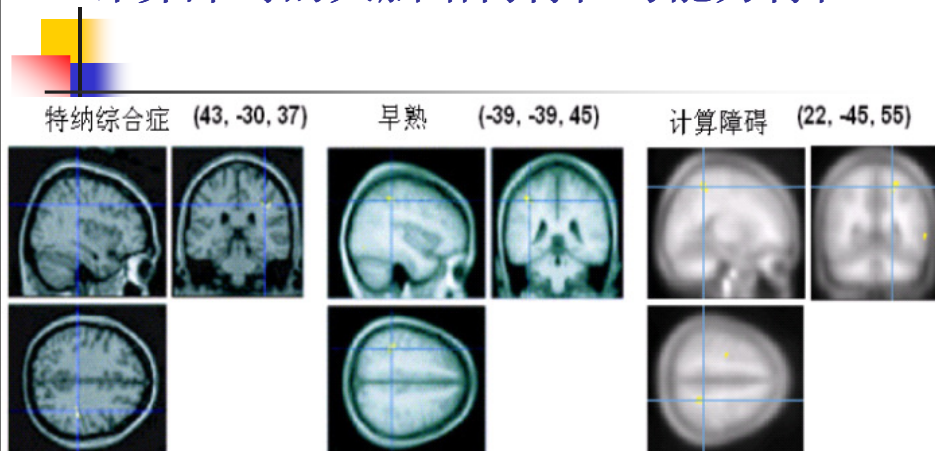
**科学进展** 更多

- ▶ Psychological Sci 发表数字性别差异报告
- ▶ 高等数学相关认知因素报告被BJEP接受
- ▶ “多维心理”产出一篇SCI论文

快捷入口 联系方式 帮助 版权声明 工业和信息化部: 京ICP备11037460号 系统

start Inko... 儿童计... Java EE... 114.25... Micr... Wri... Micr... Zhanghan 9:04

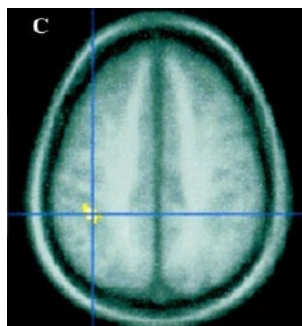
## 计算障碍的大脑结构特征与能力特征

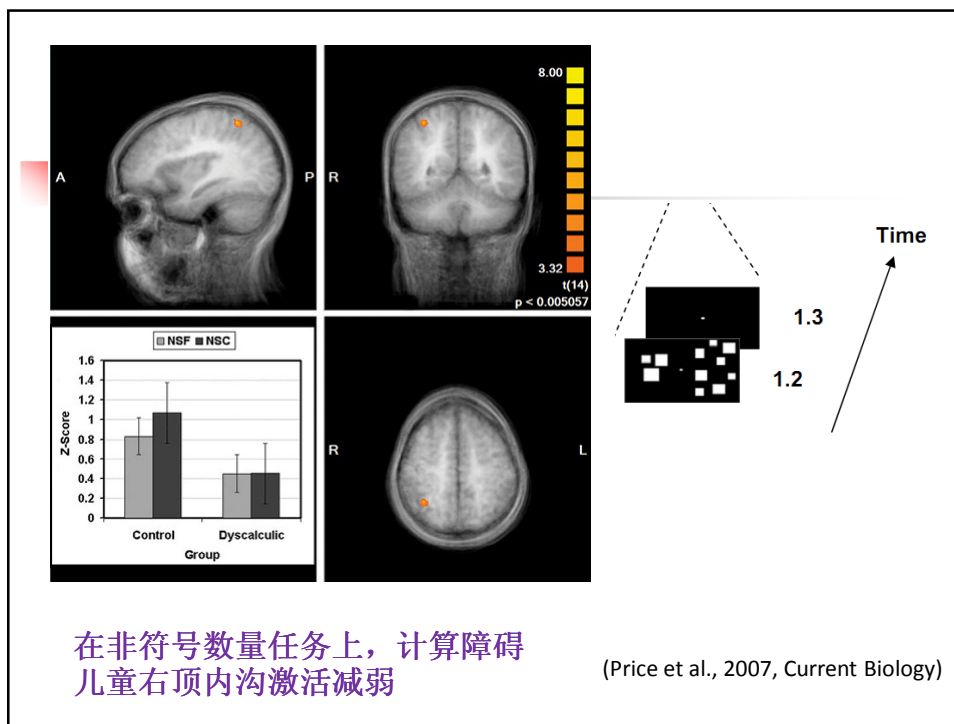


计算障碍儿童在右侧顶内沟的灰质显著少于控制组

(Rotzer et al., 2008)

- Isaacs et al (2001)发现患有计算障碍的青少年左侧顶内沟也存在异常。





## 计算障碍的干预(数字困难的干预)

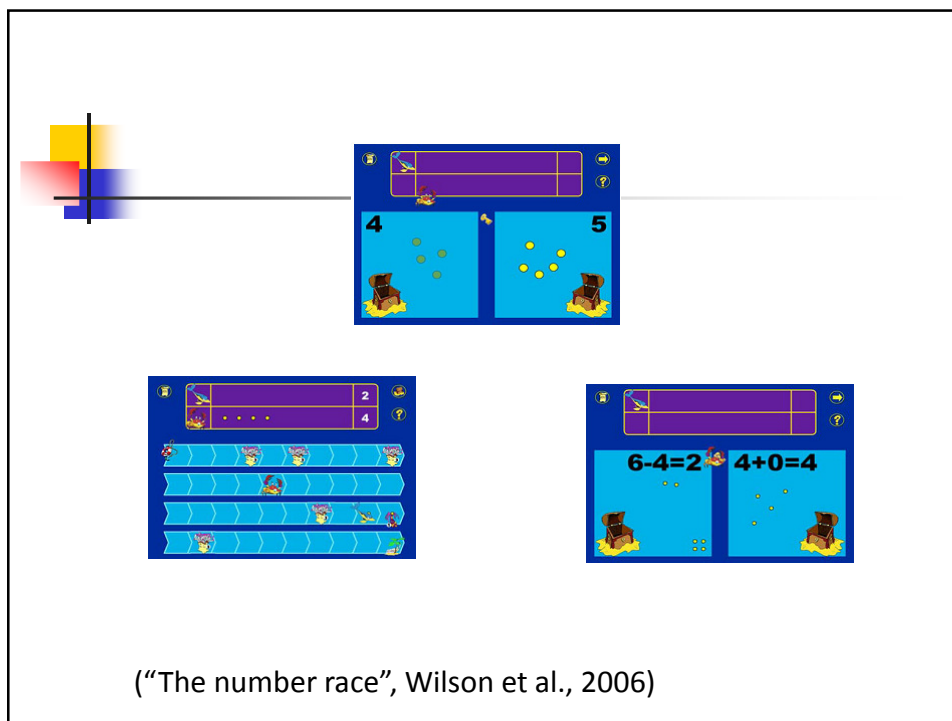
Stage 6: Digits only; the learner has to identify which digit makes 10 before the stimulus number reaches the stack

	0	
8	1	
...	2	
10	3	
9	4	
4	5	
1	6	
6	7	
9	8	
1	9	
3	10	

Well done

	0	
8	1	
5	2	
7	3	
4	4	
2	5	
1	6	
6	7	
9	8	
1	9	
3	10	

[www.number-sense.co.uk/numberbonds/](http://www.number-sense.co.uk/numberbonds/)



多维心理 - Mozilla Firefox

文件(E) 编辑(E) 查看(V) 历史(S) 书签(B) 工具(T) 帮助(H)

forefont是什么意思\_翻译... 教育快车-在线学业评估与... IzardPicaSpelkeDehaene... 多维心理

www.dweipsy.com/lattice/newindex/recruit\_mathematicsdifficulty.jsp

多维心理

语言(Language) 简体中文

首页 个体 集体 成果 在线留言 我们

中国中小学生计算困难远程干预计划：理解数字系统

Remote Intervention Program for Children and Adolescent with Numerical Difficulty in China

2011-07-20

目标：计算困难是由于数符号系统学习经验不足导致的；本计划以数字理解为核心，促进学生对数概念、计算程序知识的准确理解，从而提高数字能力或数字计算能力。

参与方法：(1)填写报名表(点击此处)；(2)等待审核(一个星期之内完成)；(3)接受计算能力以及相关能力评估(一个小时左右，一个星期之内完成)；(4)接受并参加远程干预方案(时间为3个月至12个月)；(5)干预之后的评估(一个小时左右，一个星期之内完成)。

“理解数字系统”介绍：这是一种基于脑与认知科学基础研究成果开发的对计算困难进行干预的评估和学习系统，利用了教育快车的“在线学业评估和学习智能系统”平台。通过3-12个月的评估与学习，促进学生对数字系统的准确理解，增强学生的数感，减轻对数字系统的焦虑感。

远程干预方案： www.dweipsy.com

start 多维... Java... 114.2... 3 Mi... 3 Wi... 3 Mi... 3 Q... Adob... untl... 12:08

在线学业评估与学习智能系统 - Mozilla Firefox

www.jykc.net/exam/student/knowledgeExercise.jsp

欢迎您: 超级集体

登录 | 注册 | 加入收藏 | 设为首页

首页 | 使用说明 | **定点练习** | 组卷练习 | 参加考试 | 题目检索 | 我的记录 | 课程论坛 | 个人信息 | 退出系统

当前课程: 中国中小学生学习困难远程干预 有效时间: 2011-10-21 至 2011-10-21 [【购买课程】](#)

知识点	记忆	理解	应用	综合	思考	平均	重要程度
-----	----	----	----	----	----	----	------

请选择对相应知识点掌握情况的显示方式和题目选择算法

掌握情况显示方式:  自己的掌握程度 (根据学习目标) 显示方式:  颜色显示 定义试卷时间: 分钟

练习题目选择算法:  所有题目 选择题库:  所有题库 是否即时:

达标阈值:  80% 题目来源:  显示

Copyright © 2009 在线学业评估与学习智能系统, 版权所有 工业和信息化部: 京ICP备11037460号 | 使用条款

本课程知识点

- 整数
- 小数的组成
- 数位和位数
- 整数的读写
- 奇数、偶数、质数、合数、互质
- 一位数加法
- 两位数加法
- 多位数加法
- 一位数减法
- 两位数减法
- 多位数减法
- 一位数乘法
- 两位数乘法
- 多位数乘法
- 乘法口诀求商
- 多位数除法
- 四则混合运算
- 约数和倍数
- 小数的意义
- 小数的位数
- 小数的读写
- 小数的性质
- 小数大小的比较
- 小数的扩大和缩小
- 小数与复名数的互化
- 取近似值
- 小数的加法
- 小数的减法
- 小数的乘法
- 小数的除法
- 四则混合运算
- 分数
- 分数的意义
- 分数的单位
- 分数的基本性质
- 单位“1”
- “平均分”
- 约分
- 通分
- 分数与小数的互化
- 分数加法
- 分数减法
- 分数乘法
- 分数除法
- 四则混合运算
- 比和比例



## 数学困难

- 数学学习成绩落后
- 原因:
  - 计算障碍
  - 学习态度
  - 学习方法
  - .....



## 基于网络的数学困难干预

- 以知识理解为中心促进数学能力发展
  - 四所学校数学期中考试成绩在班上后20%的共142名5年级学生参加我们的实验，其中一半学生在实验组，一半在控制组。
  - 结果:
    - 平均使用时间是59.8分钟，提高 10.6个百分位
    - 使用4小时以上有6个学生，提高 31.1个百分位
    - 使用5小时以上有3个学生，提高 47.5个百分位

教育快车-在线学业评估与学习智能系统 Windows Internet Explorer

http://www.jykc.net/exam/

用户名称: Maysie  
supercc

登录 | 注册 | 加入收藏 | 设为首页

http://www.jykc.net/exam/

系统注册导航  
注册

**欢迎使用**  
**在线学业评估与学习智能系统**

公告 (在线人数/总量: 1/22764)

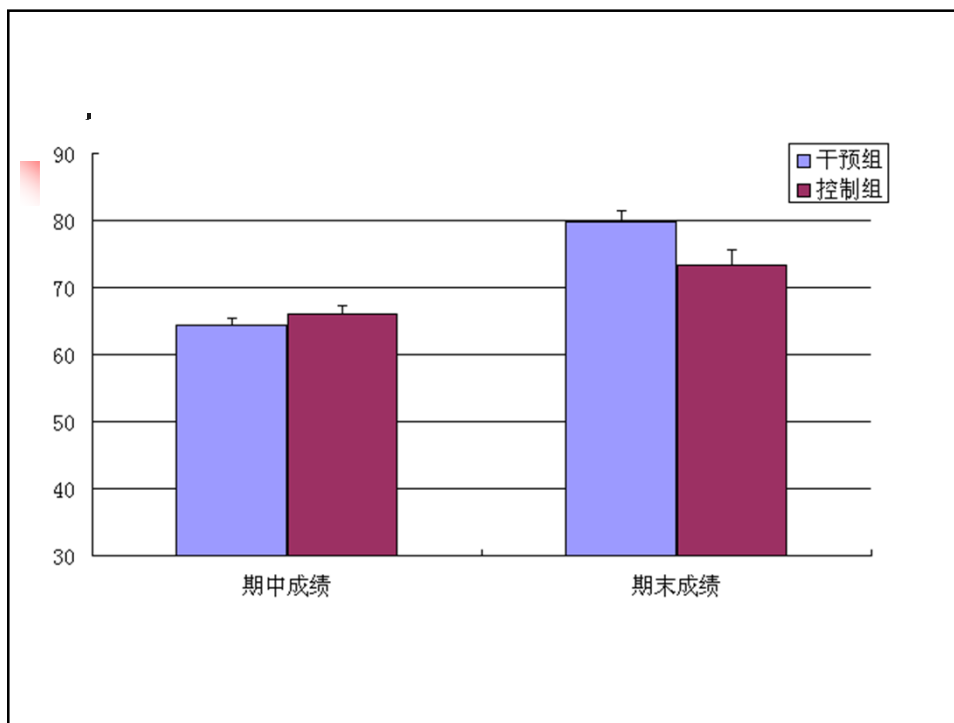
- 重要公告将通过email发送给各位用户, 请各位用户登录后在“个人信息”中加上email地址, 如果不希望收到公告信息, 请删掉email地址。
- 系统登录可以使用“http://www.jykc.net/exam/”

系统简介  
本系统将利用信息科学技术的优势, 在教育实践中充分转化认知与脑科学研究成果, 以促进学生学习科学、高效和愉快地学习。不同学科的学习在遵循一般学习规律的同时也有自己的特点。例如, 在英语学习中, 强调在英语交流中学习英语, 对于物理、化学等自然科学学科, 强调从实验经验当中学习。对于数学的学习, 知识的理解则是至关重要的。

联系方式  
Email地址: jykc123@163.com  
QQ号码: 1586971849

新闻与进展  
项目实验室“15分钟计算机智能化网上家庭作业方案”

http://www.jykc.net/exam/login/home.jsp



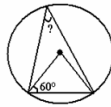
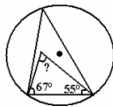
## 问题3：影响数学学习的因素

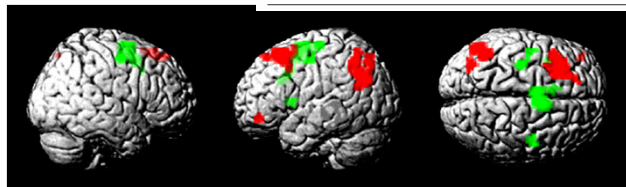
- 语言在数学学习中的作用
- 空间能力对数学学习的作用
- 计算能力对于数学学习的作用
- 理解在数学学习中的作用

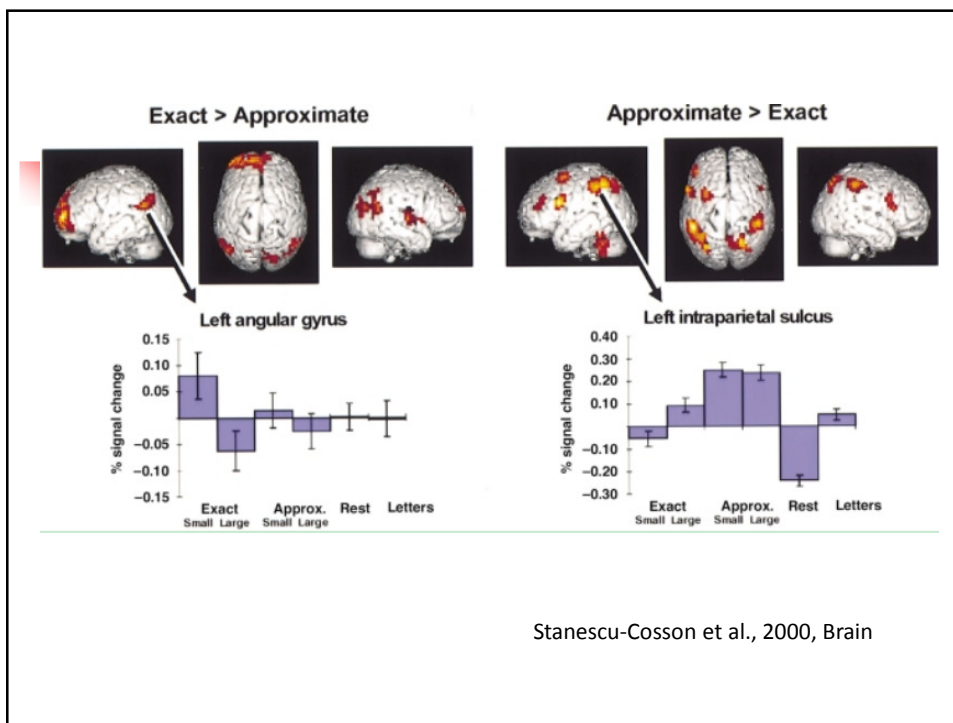
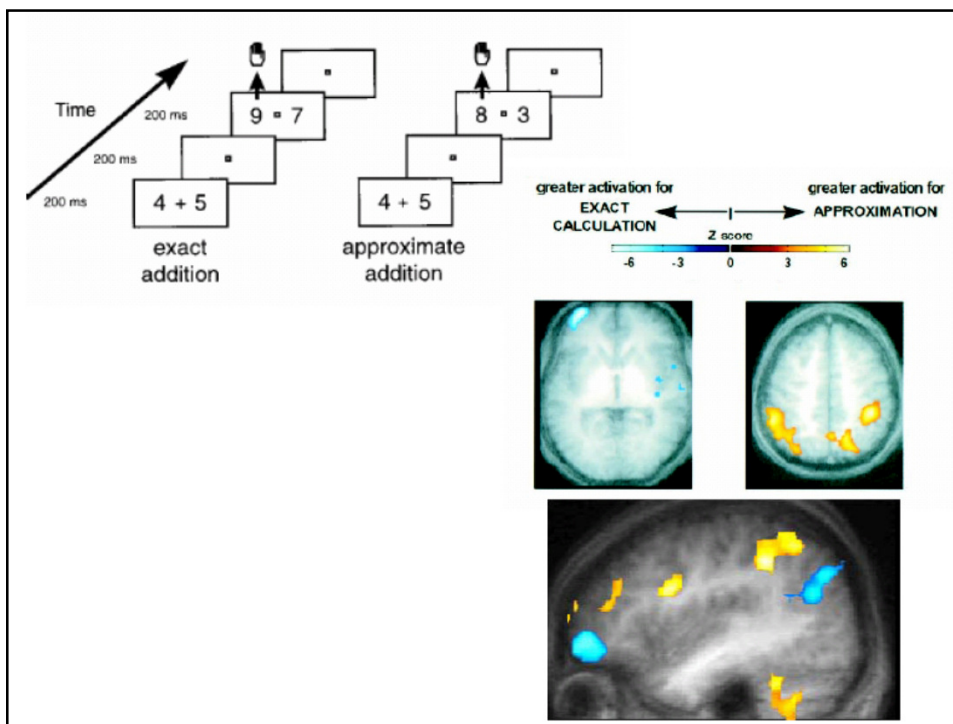
## 数学学习中语言作用的内容关联性

- 乘法大于加法
- 精算大于估算
- 计算大于推理
- 概念大于计算

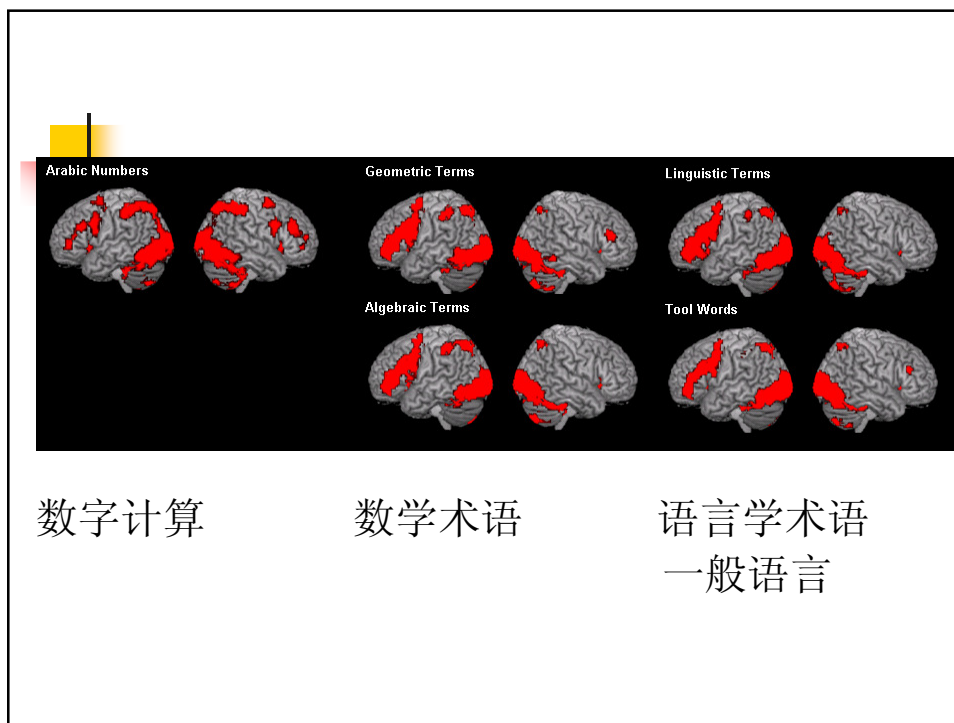
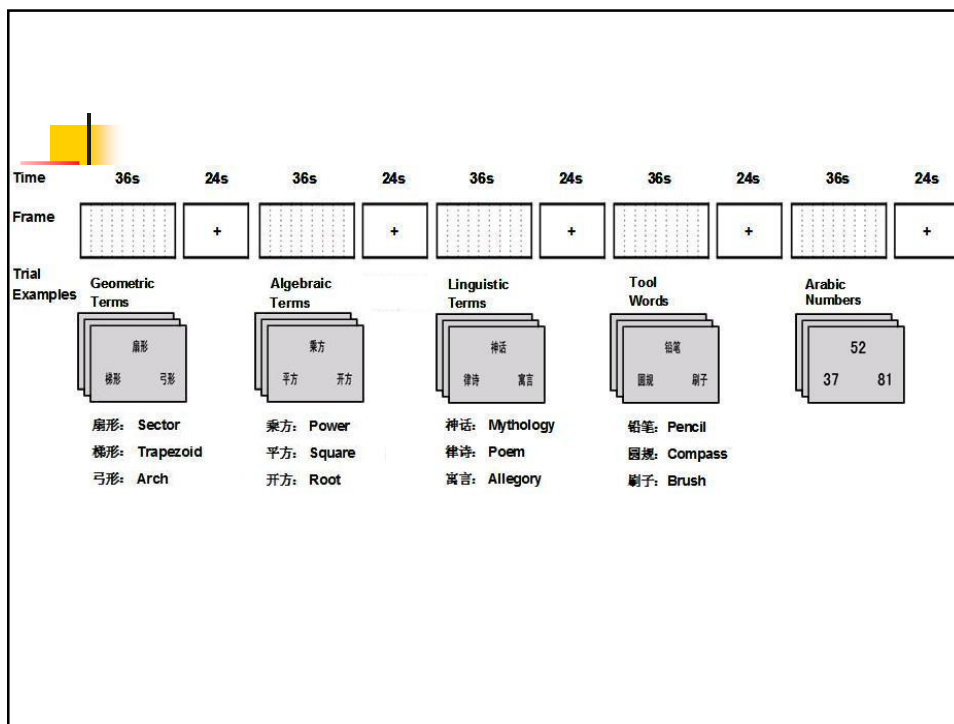
Table 1: Examples of material used

	Operational reasoning	Numerical calculation
Number series	81 64 49 36 32 30 25 24	15:10:16:14 55 65 56 54
Geometric problem		
Word problem	20° 25° 40° 30° Lucy has 100 marbles. Her brother has 60 marbles. How many marbles must she give to him to have an equal amount?	58° 47° 69° 49° Lucy has 96 marbles. Her brother has 68 marbles. How many more marbles does she have than her brother?
	10 20 30 40	37 28 30 35

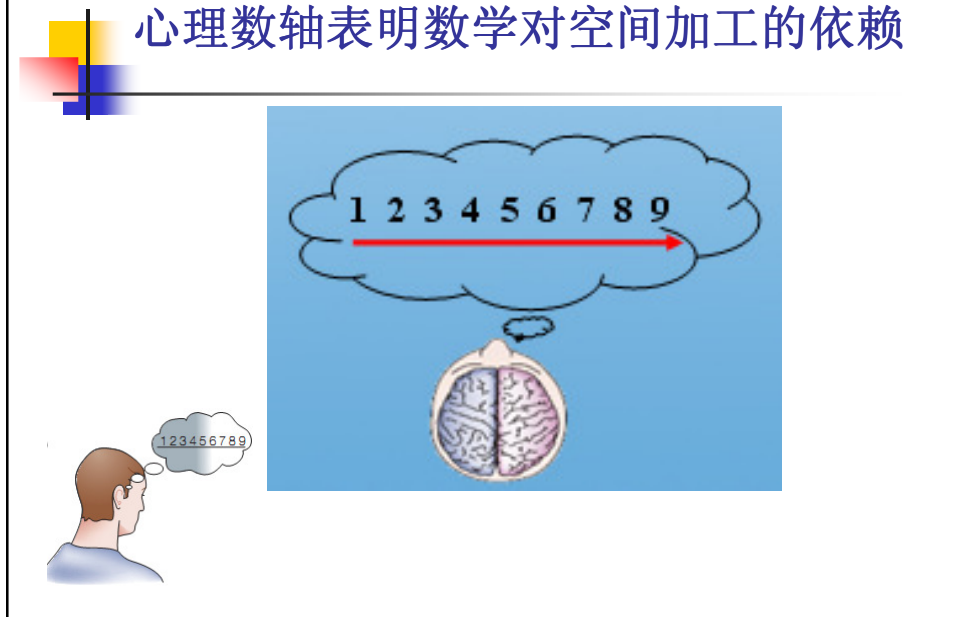




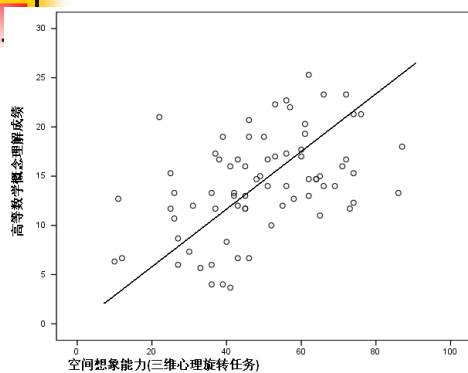
Stanescu-Cosson et al., 2000, Brain



## 心理数轴表明数学对空间加工的依赖

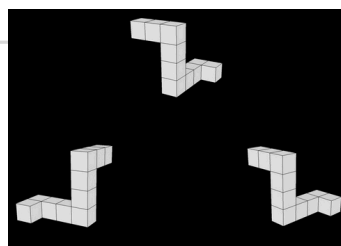


## 空间加工在数学认知中的作用



空间加工能力越强，数学成绩越好

(Wei et al, 2011)



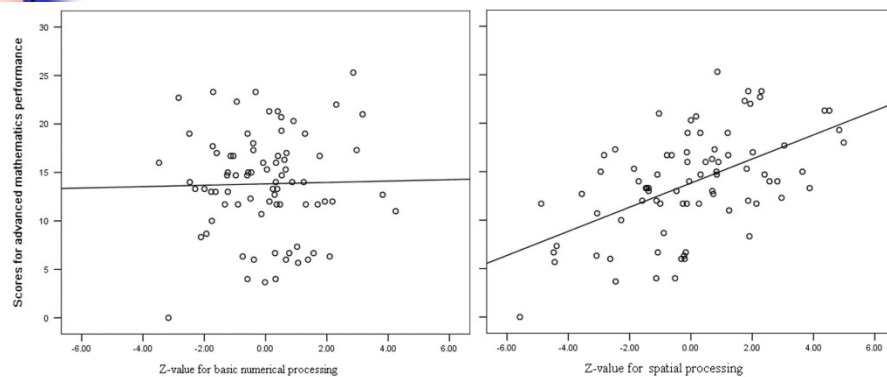
高等数学

样本空间  $(x,y) \ x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 6$

下面哪个集合A代表随机事件: ( )

- 1,  $A = \{ (x,y) \mid x \geq 0, x \leq 6 \}$
- 2,  $A = \{ (x,y) \mid x \geq 0, y \leq 6 \}$
- 3,  $A = \{ (x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1 \}$
- 4,  $A = \{ (x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 10 \}$

## 计算能力与高等数学概念学习没有相关



Wei Wei et al., 2011

## 计算很重要, 但是计算的速度可能不重要

Appendix A: The 18 concepts in advanced mathematics used in the current study

Order	Concept in English	Concept in Chinese
1	Group	群
2	Odd/even permutation	奇/偶排列
3	Permutation group	置换群
4	Algebraic operation	代数运算
5	Properties of relation	关系的性质
6	Relation	关系
7	Systematic sampling	等距抽样
8	Complete event group	完备事件组
9	Sample space	样本空间
10	Proposition	命题
12	Sequential presentation	序列呈现
12	Bounded	有界
13	Directed graph	有向图
14	Convex figure	凸图形
15	Convex function	凸函数
16	Stack algorithm	堆栈算法
17	Summation sign( $\Sigma$ )	求和符号 $\Sigma$
18	Symmetric difference	对称差



## 知识理解与数学学习

学而不思则罔，思而不学则殆

$$1+1=2$$



数学学习中，“理解”是第一位的，其中，“关系性理解”是最重要的。

——数学教育家

Richard R. Skemp



数学学习困难学生：

使用时间达1小时，学业成绩平均提高10.6%，使用达到4小时以上，平均进步率为31.1%，使用时间达到5小时以上，平均进步率为47.5%。由此，说明以概念理解为中心能够显著促进学生的数学学习。

## 问题4：学习方法对数学脑的塑造作用

- 数学学习方法对大脑数学功能和结构的影响
- 有效的数学学习方法



## 学习经验塑造了大脑的数学功能

里耶秦简九九表

九九八十一	八九七十二	七九六十三	六九五十四	五九四十五
四九卅六	三九廿七	二九十八	八八六十四	七八五十六
六八四十八	五八四十	四八卅二	三八廿四	二八十六
七七四十九	六七四十二	五七卅五	四七廿八	三七廿一
二七十四	六六卅六	五六卅	四六廿四	三六十八
二六十二	五五廿五	四五廿	三五十五	二五而十
四四十六	三四十二	二四而八	三三而九	二三而六
二二而四	一一而二	二半而一		

几千一百一十三字

## 学习经验导致中国人大脑数学认知功能优势

(Zhou, Dong, et al., 2007, Memory & Cognition)

(Zhou, et al., 2008, Cognition)

(Yang et al., 2007)

中国幼儿园儿童就能够进行数量自动化加工和具备数字空间表征能力，西方儿童在小学阶段才有这些能力；  
中国成人具备两位数字自动化空间表征能力；在西方成人身上目前未发现这种能力；

## 不同学习策略导致大脑的计算功能分离

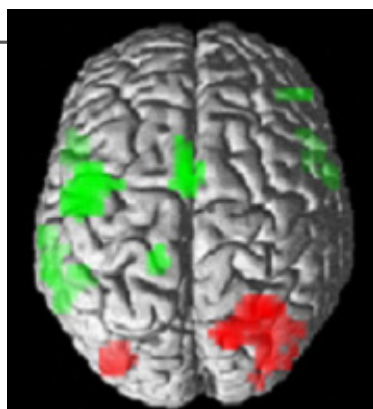
里耶秦简九九表

九九八十一	八九七十二	七九六十三	六九五十四	五九四十五						
四九卅六	三九廿七	二九十八	八八六十四	七八五十六						
六八四十八	五八四十	四八卅二	三八廿四	二八十六						
七七四十九	六七四十二	五七卅五	四七廿八	三七廿一						
二七十四	六六卅六	五六卅	四六廿四	三六十八						
二六十二	五五廿五	四五廿	三五十五	二五而十						
四四十六	三四十二	二四	一一得一							
二二而四	一一而二	二半	二得二二得四							
			三得三三得六	三三得九						
			四得四二得八	三四十二	四四十六					
			五得五二五十一	三五十五	四五二十	五五二十五				
			六得六二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六			
			七得七二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二	七七四十九		
			八得八二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八	七八五十六	八八六十四	
			九得九二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二	九九八十一



2000多年来，中国人一直使用乘法小九九表(九九歌)学习乘法，但是学习加法、减法采用各种**计算程序策略**

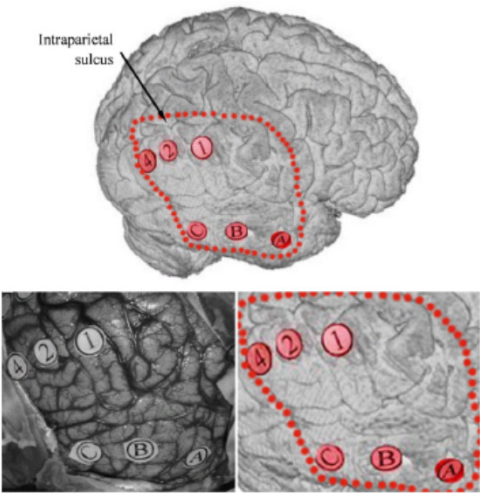
## 不同学习策略导致的大脑计算功能分离



■ Addition  
■ Multiplication

乘法在语言区的激活更强，加法和减法在视空间加工皮层的激活更强。

(Zhou et al., 2007)



Intraparietal sulcus

早期经验塑造的计算功能分离模型在胶质瘤切除手术间功能检测中的应用：一位41岁的男性患者HHL在其右侧顶叶皮层受电刺激时，不能完成减法，但是能够完成命名和乘法

Number tag	Localization	Trials with erroneous responses
Tag 1	Right inferior parietal lobule	8-2; 5-3; 9-6
Tag 2	Right inferior parietal lobule	7-4; 4-2
Tag 4	Right angular gyrus	5-3; 7-3

(Yu et al., 2011)

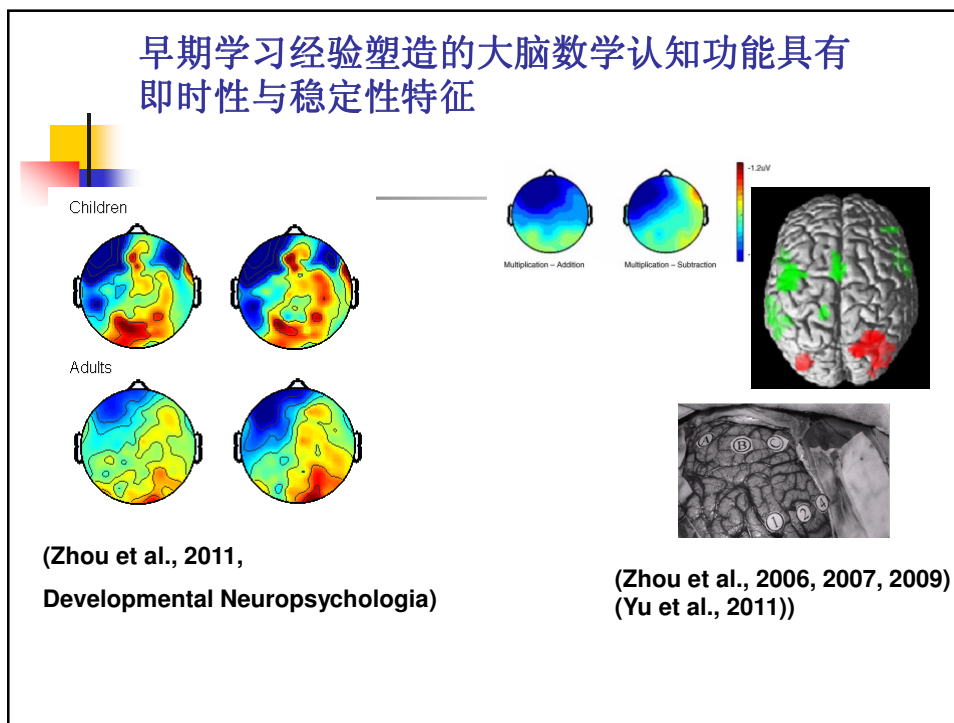
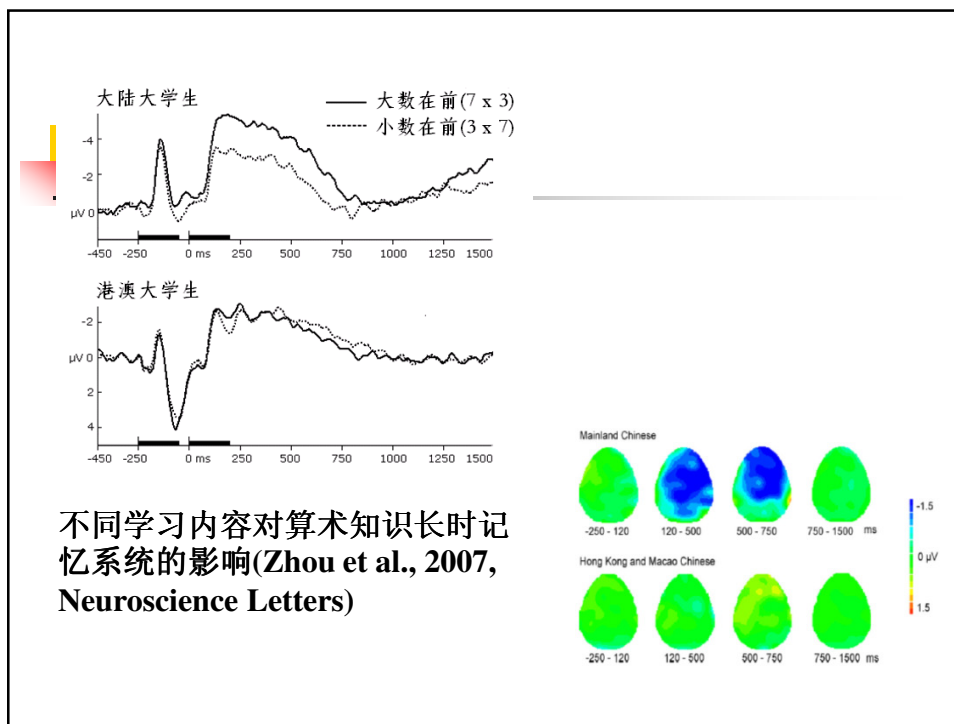
### 不同学习内容将导致形成不同的数学知识长时记忆系统

#### 大陆、台湾等地区使用的乘法口诀表

一一得一  
 一二得二 二二得四  
 一三得三 二三得六 三三得九  
 一四得四 二四得八 三四十二 四四十六  
 一五得五 二五得十 三五十五 四五二十 五五二十五  
 一六得六 二六十二 三六十八 四六二十四 五六三十 六六三十六  
 一七得七 二七十四 三七二十一 四七二十八 五七三十五 六七四十二 七七四十九  
 一八得八 二八十六 三八二十四 四八三十二 五八四十 六八四十八 七八五十六 八八六十四  
 一九得九 二九十八 三九二十七 四九三十六 五九四十五 六九五十四 七九六十三 八九七十二 九九八十一

#### 香港、澳门等地区使用的乘法口诀表

一一得一 一二得二 一三得三 一四得四 一五得五 一六得六 一七得七 一八得八 一九得九  
 二二得四 二三得六 二四得八 二五得十 二六十二 二七十四 二八十六 二九十八  
 三三得九 三四十二 三五十五 三六十八 三七二十一 三八二十四 三九二十七  
 四四十六 四五二十 四六二十四 四七二十八 四八三十二 四九三十五  
 五五二十五 五六三十 五七三十五 五八四十 五九四十五  
 六六三十六 六七四十二 六八四十八 六九五十四  
 七七四十九 七八五十六 七九六十三  
 八八六十四 八九七十二  
 九九八十一





## 有效地数学学习方法

---

- 根据学习内容选择学习策略
- 提升视觉空间加工能力



## 问题5：数学性别差异

---

- 性别差异的认知研究
- 性别差异的脑机制研究
- 性别差异的教育启示

## 性别差异的认知研究

- 总体上,世界范围内男生的数学好于女生
  - 对于世界范围内参加PISA项目的国家或地区,女生的语文成绩无一例外优于男生(PISA, 2010)
- 中国学生的数学成绩性别差异不明显



## 数学性别差异

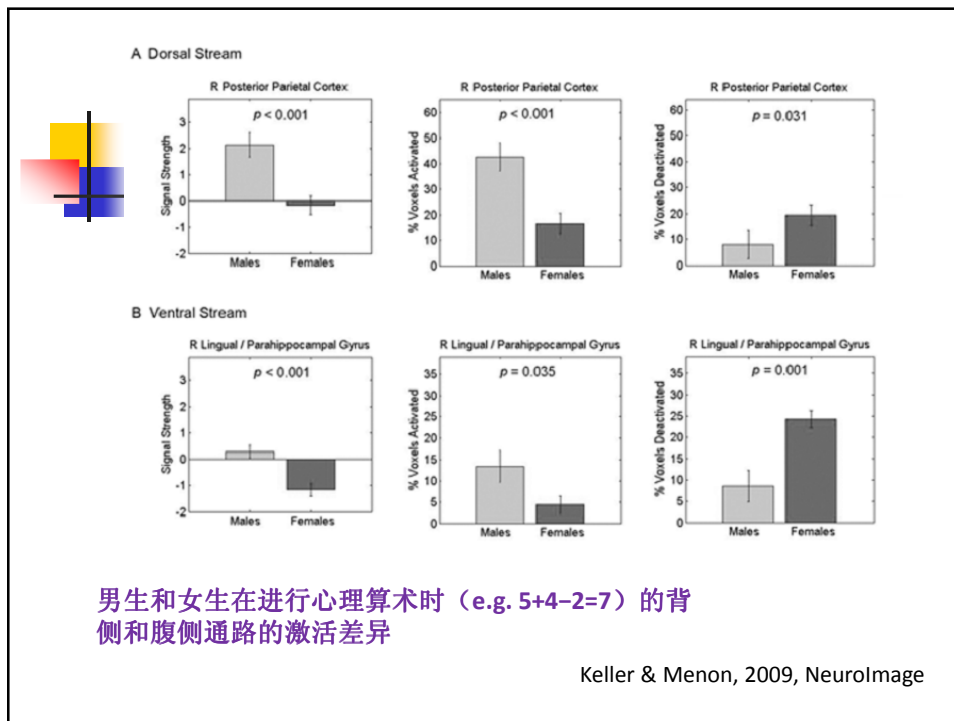
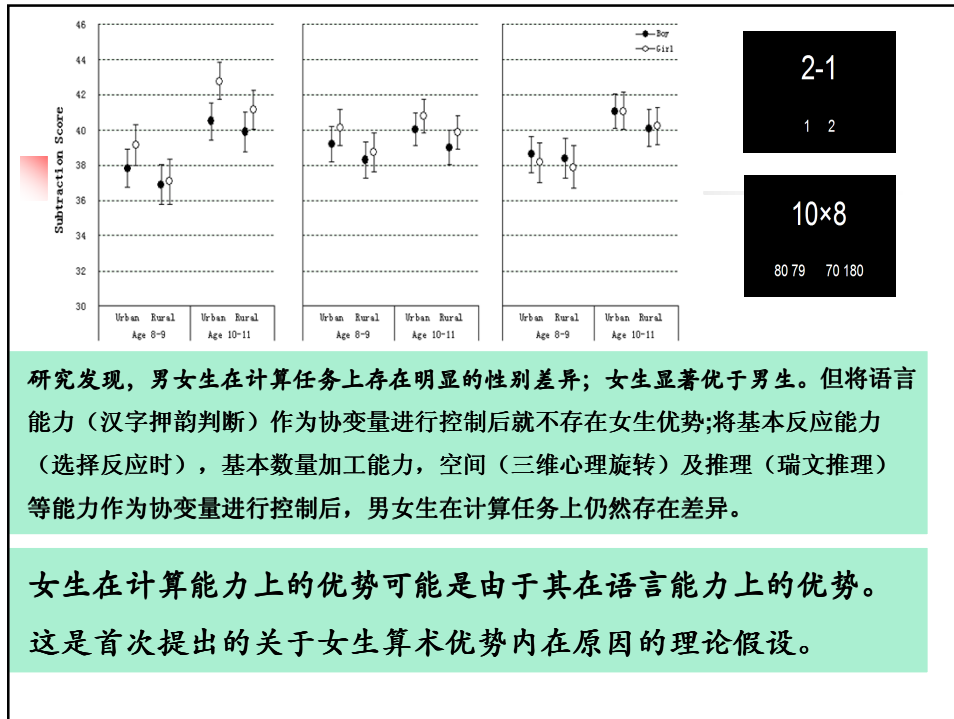
男女生在数学能力上的差异原因一直是人们关注的问题

北京城市及农村地区共12所小学;  
三到六年级学生共1556人;  
包含基本反应能力, 基本数量加工,  
计算能力, 语言能力, 一般推理能力,  
空间能力等10个认知测验;

<http://www.dweipsy.com/>



Wei et al., Psychological Science, in press





## 性别差异的教育启示

---

- 加强空间因素的作用；
- 调整数学学习态度，男生都可以学好



谢谢大家！