



教育暨青年局
Direcção dos Serviços de Educação e Juventude

初中 數學科 課程指引

2017

目錄

第一部分 背景及指導思想	1
一、澳門地區初中數學課程的發展	1
(一) 澳門初中數學課程的歷史	1
(二) 世界各國數學課程改革的發展	4
(三) 澳門初中數學課程發展的現狀	12
(四) 澳門初中數學大綱與大陸數學課程標準的比較	13
二、學力要求的理念及其目標	17
(一) 學力要求的理念	17
(二) 課程目標	26
(三) 課程的內容框架	32
第二部分 學力要求的課程實施	34
一、數與代數	34
A-1 數與式	34
(一) 目標及內容要求	34
(二) 教學建議	38
(三) 評價建議	41
A-2 方程與不等式	45
(一) 目標及內容要求	45
(二) 教學建議	49
(三) 評價建議	50

A-3 函數	54
(一) 目標及內容要求	54
(二) 教學建議	59
(三) 評價建議	61
二、圖形與幾何	71
B-1 點、線、面、角	71
(一) 目標及內容要求	71
(二) 教學建議	73
(三) 評價建議	75
B-2 三角形	76
(一) 目標及內容要求	76
(二) 教學建議	79
(三) 評價建議	81
B-3 四邊形	83
(一) 目標及內容要求	83
(二) 教學建議	83
(三) 評價建議	85
B-4 圓	86
(一) 目標及內容要求	86
(二) 教學建議	87

(三) 評價建議	89
B-5 立體圖形	89
(一) 目標及內容要求	89
(二) 教學建議	90
(三) 評價建議	90
B-6 銳角三角形	91
(一) 目標及內容要求	91
(二) 教學建議	92
(三) 評價建議	93
B-7 座標與變換	93
(一) 目標及內容要求	93
(二) 教學建議	95
(三) 評價建議	96
B-8 尺規作圖與幾何證明	97
(一) 目標及內容要求	97
(二) 教學建議	99
(三) 評價建議	100
三、統計與概率	110
C-1 統計	110
(一) 目標及內容要求	110

(二) 教學建議	112
(三) 評價建議	114
C-2 概率	116
(一) 目標及內容要求	116
(二) 教學建議	117
(三) 評價建議	119
D-1：情感、態度及價值觀	132
(一) 目標及內容要求	132
(二) 教學及評價建議	134
第三部分 基本學力要求中的校本實施	137
一、學力要求與數學課程資源的開發	137
二、學力要求與學校特色課程建設	140
三、學校課程中可供選擇的內容	144
四、典型案例	146

第一部分 背景及指導思想

一、澳門地區初中數學課程的發展

澳門是位於我國南海之濱，珠江口以西的半島，自古以來都是珠江流域歷史的一部分，與我國東南海洋文化一脈相承。自 16 世紀以來，澳門扮演著中西方文化交流的視窗和橋樑的角色，成為了世界的一個重要的商業貿易交流平臺。澳門的人口種姓、科學文化事業、宗教信仰、風俗習慣，都不同程度地反映了這一獨特的文化特性。20 世紀 80 年代以來，澳門的經濟更取得突飛猛進的增長，成為繼汶萊、日本、新加坡、香港和臺灣之後，亞洲第六個經濟發展水準較高的地區。但是由於澳門在葡萄牙佔領期間，不重視興辦教育，因此教育主要由民間團體辦理。據統計，1993-1994 年度，澳門正規的學校有 188 所，但官辦學校僅 25 所，是私立學校數量的六分之一。澳門回歸祖國之後，在“一國兩制”、“澳人治澳”原則下，人口與人均生產總值得到了快速的增長，失業率下降至 2014 年的 1.7%，在教育方面也有了巨大的發展，成為世界上少數實施從幼稚園一直到高中 15 年義務教育的地區之一。近年來，澳門形成了以旅遊博彩業、出口加工業、建築地產業等為支撐的新經濟結構，繼續發揮著東西方文化交流平臺的紐帶作用。處於這樣一個中西方文化融合的重要地位，使得澳門的學校教育的發展需要綜合考慮國際、本地社會、家長、學生的多方需求，澳門的教育必須在面對種種挑戰的情況下做出調整和變革。歸根到底，學校教育是為了培養出能夠適應社會要求的人才，而課程是培養人才的重要載體，因此，澳門教育需要在制度、經濟、文化、資源、科學、現有教育基礎等多種因素下進行權衡，加強教育隊伍的建設，從而在課程改革方面加大投入力度，以期能夠培養出符合澳門社會需求的人才，並能夠讓澳門的受教育者適應快速發展的社會，並能使自我潛能也得到發展。

（一）澳門初中數學課程的歷史

澳門從 16 世紀開埠直至清末，由於歷史的原因，學校等教育機構主要由葡萄牙人和華人興辦，當時的課程主要服務於傳教或生成謀生。進入 20 世紀，澳

門學校教育由以往傳教的取向，逐漸擴展至適應一般平民的世俗教育。就學習而言，官辦學校數量極少，私立學校是澳門基礎教育的主體，以社會團體和個人的辦學為主。澳門的課程，由於辦學主體的多樣化，即官方、教會、社團或個人等，使得課程沒有統一的規劃；依其教學語言為葡語、英語，或華語而有所差異，分別採用葡萄牙、英國、香港、大陸的課程。

自 1991 年起，澳門特區政府開展了一系列的課程改革。學者們以課程改革中的標誌性的事件為依據，將澳門的課程改革整理為以下幾個時期：

第一期：1991 至 1994 年的課程法制體系建立期。

澳門特區政府在 1991 年制定了有史以來首個面向全體居民的《澳門教育制度法律》，開始將澳門的學校教育帶向公共化、普及化及規範化，標誌著澳門基礎教育課程政策的確立，發揮著指引學校課程與教學改革的作用。該法律的頒佈賦予了澳門學校，尤其是私立學校的課程自主權。如第 11/91/M 號法律規定：“官立和私立教育機構均享有教學自主權”。隨後，又於 1994 年頒佈《學前及小學教育之課程組織》(法令第 38/94/M 號)和《初中教育之課程組織》(法令第 39/94/M 號)以及《高中教育之課程組織》(法令第 46/97/M 號)這三份法律檔。這一系列關於課程的法律檔為課程發展提供了法律依據。在數學課程方面，這一時期澳門的葡文學校由於緊跟葡萄牙在 90 年代初的數學課程改革，在課程設計方面有了較大的改進之外，澳門的中文學校紛紛開始使用國內新出版的數學教材，大多數英文學校使用香港新版的數學教材，輔以英國的代數教材。

第二期：1994 至 1995 年的課程檔編制期。

1994 年 9 月還正式籌組“課程改革工作小組”，該小組下轄于教育暨青年局，以一年多的時間編制了學前教育至初中教育所有學科的課程大綱，這標誌著澳門歷史上第一次有了由政府制定的課程標準。澳門政府在這套大綱上花費了大量的精力，以初中數學的編寫為例，儘管澳門政府的教育司設立的數學科目的課程發展委員會在編寫初中數學試行的大綱時已考慮到數學教育即將面對的挑戰，但由於澳門的法律檔案保護學校的課程自主權，使得這套課程大綱的推行遇到了很大的困難。

第三期：1995 至 1998 年的課程試行期。

這個時期，教育暨青年局開始在公立的中葡學校試行學前、小學和初中的課程大綱，試圖通過這種方式逐步將課程的理念落實到教學層面，由課程規劃單位

和學校督導進入試行學校瞭解課程的實施情況與學校需求，並根據獲得的回饋進一步完善相關課程檔。不僅如此，澳門政府還委託高等院校及研究機構，幫助監督考察課程改革的歷程，改進相關的課程文件。

第四期：1998 年至 2003 年的協作期

自 1998 年課程改革工作小組重組後，開始按照先前的大綱要求編制教材，開會研討教材教法，開展地區、學校、以及學科層面的課程與教學的培訓，並逐步借助高等院校及教育研究專業團體的力量。2000 年 12 月，教育暨青年局為了改進課堂教學，並編制一套適合澳門地區的課程大綱，促成了與北京師範大學的夥伴協作計畫。邀請了北京師範大學裴娣娜教授的團隊來指導有關的工作，並在挑選的兩所試點中學中開展課程改革工作。參與的教師一方面觀摩課堂教學，在觀課做課的過程中，大大改善了老師們的教學技巧，提高了教學設計、教學評價等各方面的能力，另一方面協助北師大團隊編寫數學課程大綱。澳門政府試圖通過與協作學校合作，嘗試將課程改革以小規模試驗再推廣落實至澳門的公立和私立學校，以期能提升學生的學習水準。

第五期：2003 年至 2007 年的檢討期

隨著 2003 年澳門正式加入國際學生能力評估計畫(PISA)，要求本地課程跟國際接軌，對澳門教育制度進行系統檢討是這一時期的標誌性課題。澳門特區政府從 2003 年起，啟動對《澳門教育制度》的檢討，並開始著手建立一部新的澳門教育法律，寄希望於通過該法的頒佈，整合澳門中小學教育管理中的混亂狀況。特區政府，在廣泛聽取社會各界對澳門教育的意見後，於 2004 年 3 月公佈《澳門特別行政區教育制度(法律草案諮詢意見稿)》(以下簡稱《澳門教育制度法律草案》)，對《澳門教育制度》進行系統修訂，對原有的教育的基本原則、學制、教育總目標和各階段目標、政治與學校的關係等都作出了新的調整，這不僅為課程改革創造了條件，同時也對課程改革提出了更迫切的要求。緊接著，特區政府於 2005 年底開始啟動對非高等教育課程的檢討工作，並在此基礎上制訂了澳門課程改革的總體規劃——《澳門非高等教育課程改革與發展藍圖》，秉承了特區政府教育改革的整體思路，以“共建優質教育，促進全人發展”為根本目的，推動澳門新一輪課程改革工作的持續展開。該“藍圖”訂定了課程改革與發展的宗旨、主導原則以及應特別關注的領域，規劃了課程改革與發展工作進程，提出了相應的發展策略和關鍵措施，為澳門非高等教育課程的整體架構及發展確立了基本方向

(蘇朝暉、梁勵、王敏，2008)。隨後，又於2006年由行政長官批示成立“課程改革及發展委員會”(CRDC)，並頒佈了第9/2006號法律《非高等教育制度綱要法》，賦予政府以制定各教育階段的課程框架和“基本學力要求”的權力，該法律為澳門非高等教育的進一步發展奠定了制度基礎。學校在遵守最基本的地區課程框架和“基本學力要求”的情況下，擁有本校課程的最後決策權，包括制定自己的課程計畫、課程大綱，選擇教科書，開發校本課程等。

第六期：2007年至2012年的規劃期

2007年9月1日開始實施了澳門特別行政區《非高等教育制度綱要法》。綱要的第22條明確規定：“政府須規劃各教育階段的課程框架，訂定學生須達到的基本學力要求，其具體內容由專有法規訂定”，“公立學校和第三十六條第三款(一)項所指的私立學校在遵循澳門特別行政區課程框架和基本學力要求的前提下，可自主發展其校本課程”。這個規定在澳門公立和私立學校的現有課程的基礎上，給各個學校提出構建學科最基本的學力要求，從而保證澳門非高等教育的基礎水準。對數學而言，各個學段的基本學力要求符合澳門教育的特點，並要求與世界上教育處於領先地位的國家接軌，從而保障澳門基礎教育品質的提高。

(二) 世界各國數學課程改革的發展

1. 美國數學課程改革歷程

20世紀初期，美國的進步教育運動主導著美國的學校教育。50年代以後，社會各界對美國教育品質的詬病逐漸增多，尤其是1957年蘇聯衛星上天以後，震驚了美國朝野。為了改變數學教育相對落後的狀況，美國聯邦政府於1958年頒佈了《國防教育法》(National Defence Education Act)，對數學、自然科學和現代外語這三個科目進行重點改革，以期改變數學教育落後的現狀，並提出了數學教育現代化問題。

為了向數學教育現代化的目標邁進，美國在20世紀60年代，在數學課程領域展開了一場數學教育改革，即“新數運動”。在“新數運動”過程中，對傳統的數學課程缺乏統一了理論指導，內容過時，體系分散，脫離實際，觀點落後，數學思想陳舊等問題進行了批評，宣導現代化的數學課程，實現了美國數學課程

內容與體系的更新和完善。

70 年代以後，“新數運動”的問題逐漸顯現，如數學課程難度很大，抽象化程度高，超出了一般學生的理解水準，使得教育品質下滑嚴重。從 1971 年美國教育總署署長馬蘭提出生計教育至 70 年代中期生計教育運動的全面推行，美國學校實施個別化教育，要求學生掌握必備的職業和勞動技能。但由於教學水準下降，學生讀、寫、算等基本能力大幅下降，引發社會的強烈不滿，使得“回歸基礎”的呼聲越來越高。於是在 70 年代中期，美國的“回歸基礎教育運動”開始盛行，開展標準測驗，並將成績作為升學的重要參考標準，希望能夠保證美國的所有學生掌握基礎知識和基本技能。

回歸基礎教育運動導致了學校在數學課程的學習中過於注重機械訓練，使得美國渴望高品質的數學教育。80 年代，數學活動論影響了人們對數學教學過程的看法，人們開始接受數學活動論認為的數學知識是數學活動的產物，而數學活動的直接表現形式就是數學問題解決。1980 年 4 月，美國全國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) 出版了《行動議程——80 年代數學教育的建議》(An Agenda for Action) 報告，提出必須把“問題解決”作為 80 年代中學數學的核心，8 月份，《行動議程》中提出的“問題解決”在國際數學教育大會 (ICMI) 上被國際數學教育所關注。到了 1983 年，美國發表了《國家處在危急中：教育改革勢在必行》的報告，要求中學修完五門基礎課程，包括 3 年的數學課程。對高中以前的課程設計的目標是在英語、數學、自然科學等領域打下堅實的基礎。1989 年，美國國家研究委員會(NRC)發表了關於數學教育現狀與前景的報告《人人關心數學教育的未來》(Everybody counts: A Report to the Nation on the Future of mathematics)，分析和論述了美國數學教育的各個方面，強調了數學教育的重要性，指出了美國數學教育中存在的嚴重問題，並提出了面向 21 世紀的數學教育需要作出重要的轉變，如學校數學教育要讓所有學生學習共同的核心數學；數學教學從傳授知識的“權威者模式”轉向有學習動機的學生實踐的模式；數學教學從全力貫注常規技能轉到發展廣泛的數學能力等。總的來說，80 年代數學課程改革以“問題解決”為主要特徵，注重對學生問題解決能力的培養。

《2000年目標:美國教育法》明確提出,要進行“基於標準的改革”(Standard based Reform),使美國90年代的基礎教育改革——課程“標準運動”以法律的形

式被正式確定下來。90年代以來美國數學課程的改革也主要圍繞著數學“課程標準”、數學“課程焦點”展開。美國嘗試並建立了統一的數學課程標準，先後形成了1989年的《學校數學課程與評價標準》和2000年的《學校數學原則和標準》，使得“面向全體的數學”理念能夠得到落實。但在實踐中出現了課標目標過於寬泛，使教師不能明確“教什麼”，在美國教育界對標準展開爭論之後，於2006年達成了《課程焦點》這樣一份具有共識性的報告。2009年頒佈的《機會均等：為美國公民和全球經濟改革數學和科學教育》(The Opportunity Equation: Transforming Mathematics and Science Education for Citizenship and the Global Economy)提出了“實現更高水準的數學和科學教育，建立高水準的評估標準”，使得美國數學教育課程改革有了新的方向。2010年6月，全美州長協會最佳實踐中心(the National Governors Association Center for Best Practices, NGA Center)與州首席教育官員理事會(The Council of Chief State School Officers, CCSSO)連袂發佈美國首部《州共同核心數學標準》(Common Core State Standards for Mathematics, 簡稱CCSSM)。這是美國21世紀最近十年來學校數學課程的重大變革。

2. 法國數學課程改革歷程

由於歷史傳統的影響，法國的學校課程是國家統籌的，按小學(1~5年級)、初中(6~9年級)，以及高中(10~12年級)程度規定數學學習課程及時數。1~10年級的學生所學習的數學是相同的，但從11年級開始，學生便被分流到不同專業領域，為未來升學或就業作好準備，數學課程從這個年級開始便有了區分和選擇。¹法國於1958年邀請歐洲經濟共同體各國代表，對新的中小學數學教學大綱進行討論、提出意見，然後制定頒佈。這個大綱比舊大綱在嚴格性和程度方面都提高了，已經包含了向量、數論初步、微積分初步、概率統計、力學、畫法幾何等內容。1960年又根據1959年的《教育改革法令》中要重視技術教育，要注意培養科技人才的精神，頒佈了新的中小學數學教學大綱，這個大綱比1959年大綱更為現代化，已經廣泛使用集合的概念和符號，並引入關係、映射、結構以及群等

¹ 張國祥,張奠宙. 世界數學教育課程發展概況——“廿一世紀數學課程與教學改革國際學術研討會”綜述[J]. 數學教育學報,2004,04:41-44.

現代數學的概念。²1977 年法國根據哈比改革法，按照適度控制中學數學內容現代化程度的要求，進一步修訂中學數學教學大綱，削弱了不少現代數學內容。到 90 年代，法國又一次進行數學課程改革，修訂的中學數學課程於 1996 年生效，體現出一種普遍的取向，如實驗，建模，學科綜合等。進入 21 世紀之後，法國又一次對中小學的數學課程標準展開修訂工作，並於 2008 年 8 月完成了中學數學課程標準的修訂。

3. 英國數學課程改革歷程

20 世紀 60 年代，英國受到“新數運動”的影響，開始了對數學教育的改革運動。在課程上，打破了傳統的內容框架，將 20 世紀以來數學的新成果新增進課程中間，如矩陣、向量，概率統計等，從而更新了課程內容，同時成立學校數學設計(School Mathematic Project，簡稱 SMP)團體，編寫新教材，以期反映現代數學的本質。

與美國面臨的相類似，“新數運動”使得課程內容過於複雜和抽象，大多數的學生無法理解，導致數學教育品質的下降。隨著美國“回到基礎教育運動”的展開，英國也積極回應，開始重視學生的數學計算能力，但教育品質依舊不高。

1982 年，數學狀況調查委員會發佈的《Cockcroft 報告》成為英國 80 年代數學教育和課程改革的綱領性檔，強調數學教學應該重視數學基本知識和基本技能、數學應用、問題解決、數學探究等³。該報告不僅體現“數學為大眾”等現代課程改革的新思想，同時指明了課程編制的正確思路：從最低水準的學生需要出發，再逐步擴充內容，這是一種“自下而上”的數學課程編制方法。1988 年《教育改革法》的出臺，使得國家數學課程以法律的形式被確定下來了。緊接著，英國開始全面修訂數學課程標準，隨即於 1989 年，頒佈了有史以來第一個統一的國家數學課程標準，它主要包括學習計畫、達成目標和學習評價這三個方面。它的頒佈在法律上為數學教學規定了課程要求，同時為數學教師的教學實施提供參照。1989—1999 年間，該課程標準經歷了 3 次修訂，對學習內容進行了調整，減少了教學目標的數量，完善了對學生基於達成目標的學習水準描述，形成了《標準 1999》。隨後又對其中的中學部分進行了修訂，於 2007 年頒佈了《標準 2007》。

² 謝明初. 全球化背景下的數學課程改革[J]. 數學傳播,2010,06:82-90.

³ 齊建華. 英國數學課程改革的啟示[J]. 比較教育研究,1997,01:29-30.

在總結過去和比較其他國家的課程的基礎上，英國政府在 2013 年 2 月份公佈了大綱諮詢稿，9 月份公佈正式大綱，2014 年 9 月開始實施。本次課程改革的重點在於要給教師更大的課程組織以及實施教學的自由度；國家課程為所有學校提供一個標準，即向所有年輕人提供一個能夠自信和成功走入社會所需要的知識，並且照顧到特殊的資優學生和需要特別說明的學生的需要；強調兒童進一步學習和發展所需要的一些基本知識，確保英國國家課程能夠與國際上成績表現最好國家或地區的最成功課程相比有優勢等⁴。

4. 日本數學課程改革歷程

日本在 1947 年 3 月頒佈教育基本法、學校基本法，實行新的教育制度。在 5 月頒佈新的《算術、數學科學習指導要領》，1948 年 9 月文部省又頒佈《算術、數學科指導內容一覽表》，1951 年 12 月修訂要領出臺了《初中、高等學校(高中)學習指導要領數學科(試案)》。1960 年，日本數學教育會(JSME)召開全國數學教育研究大會，提出數學科改革的方針是“考慮現代化數學的發展和數學在社會中的地位和作用，用新的觀點本質地改善內容，充分理解基本概念，培養數學的觀察方法與思考方法”⁵。1968、1969、1970 年日本先後修訂了小學、初中、高中的《數學學習指導要領》，其改革的指導思想是：“目前世界各國數學教育現代化還在進行中，與其在形式上增加新的內容，不如仍用過去的教學內容，用現代數學的新觀點闡述教材，改進教學方法，通過這種辦法，向數學教育現代化的目標前進”。但結果跟美國類似，這樣的教材只適合培養少數天才學生，因此 1977、1978 年，日本文部省在“建設有特色的學校，發展個性教育，留有餘地(輕鬆愉快)的學校生活，重視勞動的體驗”的教育總方針的指導下，新頒佈了小學、初中、高中《數學學習指導要領》，並分別於 1981、1982 年付諸實施。在《要領》中強調：“使學生充分理解數學的基本概念和原理，進一步培養學生的數學意識和思考方法。”20 世紀 80 年代，為了適應國際化、資訊化社會和兒童的多樣性，日本教育界提出了“問題解決”教學法和電腦輔助教學，並基於此在 1989 年頒佈了《算術、數學學習指導要領》，這是自 1958 年以來對《數學學習指導要領》

⁴ 範良火. 英國、荷蘭和印尼等國數學課程發展和改革的研究及分析[J]. 教育導刊,2016,08:20-24.

⁵ 日本文部省. 高等學校(高中)學習指導要領[M]. 日本: 文部省, 1960.7.

的第四次修訂⁶。到了 20 世紀 90 年代，日本中央教育審議會發表了《關於我國面向 21 世紀的教育》的諮詢報告，提出“教育要在‘寬鬆’中注重對學生基本素質和能力的培養”。緊接著，文部省以此為依據，對現行《數學學習指導要領》的內容進行調整後重新確定了中小學數學教學目標。強調數學與實際生活的聯繫，進行問題解決的學習，在熟練掌握有關數量和圖形的基本知識和基本技能的同時，掌握數學地思考問題的能力和創造性思維能力等，於 1998 年 12 月頒佈了新的《學習指導要領》，並於 2002 年開始正式實施。進入 21 世紀之後，面臨 PISA 等調查中顯現的諸如日本兒童學生思考力、判斷力、表現力，靈活應用知識和技能，閱讀能力的成績分佈逐漸擴大，缺乏自信，體質下降等問題，日本開始審議由文部大臣提出的檢討提高教員資質和能力、完善教育條件等內容的國家教育課程的基本標準的修正提案，同時進行了修正教育基本法和學習教育法的工作，於 2008 年 1 月通過了《關於幼稚園、小學、初中、高中和特殊學校的數學課程標準的改善》之提案，即制定了《數學課程標準》⁷。該標準主要針對上述問題對先前的數學課程標準進行了完善。自 2009 年 4 月作為過渡期，實行小學、初中數學課程標準。

5. 新加坡數學課程改革歷程

新加坡是一個多民族的國家，在獨立前，曾為英國殖民地，所以英語是除了各民族語言之外的通用語言。以前，新加坡的中文學校是按照中國的教育體系創建的，數學是以分科教學的方式進行的，實行“六三三制”。英文學校是仿效英國教育體系，中學數學的教學採取螺旋上升的方式進行。直到 1959 年，新加坡才頒佈了一套涵蓋從小學到大學數學內容的統一的數學課程標準，並一直沿用到 1968 年。受到 60 年代“新數運動”的影響，新加坡開始修訂中小學的數學課程標準，並在 70 年代初頒佈了新的數學課程標準，編入了不少現代數學的內容，如在中學 1 年級引入集合等概念。“新數運動”的影響是全球性的，新加坡也不例外，表現為數學課程並不適合絕大多數的學生，學生計算能力的普遍下降等。於是，新加坡也順應“回歸基礎教育運動”，並在 1979 年實施了新的教育體系，學生被分流，各個支流有各自的數學課程標準，這些新的課程標準在 1981 年開

⁶ 楊曉. 日本高中數學教材“演演算法”內容研究[D]. 東北師範大學, 2010.

⁷ 曹一鳴. 十三國數學課程標準評介. 小學初中卷[M]. 北京師範大學出版社, 2012.

始施行⁸。到 1990 年，新加坡再次對數學課程標準展開修訂，將發展學生數學問題解決能力列為數學課程的基本目標，首次提出了數學課程框架的五邊形模型，數學問題解決被定位為該框架的核心。1997 年新加坡教育部提出了“思考的學校，學習的國家”的總目標。具體包括三個方面：思考技能(Thinking Skills)，資訊技術(Information Technology)和國民教育(National Education)。針對這些理念，新加坡對 1990 年大綱進行修訂。新的小學和中學數學教學大綱於 2000 年頒佈，至今仍在實。2000 年大綱沿襲並發展了 1990 年大綱中數學課程框架的五邊形模型，數學問題解決的核心地位得到鞏固，但教學內容有大幅度的刪減。⁹為了建立多樣和靈活的教育制度，以適應學生的發展需要，新加坡在 2006 年頒佈了修訂後的中學數學課標標準，並於 2007 年開始實施。

6. 荷蘭數學課程改革歷程

荷蘭的基礎教育分為小學和中學兩個層級，從中學開始分流。之前荷蘭的課程標準僅僅羅列簡單的學習或考試科目。直到 1998 年，荷蘭政府才第一次頒佈了“5-15 數學課程目標”，1999 年，第一次頒佈高中（15-18）課程方案。但是，到了 2008 年以後，荷蘭又重新採用簡單的目標的提法了，這使得荷蘭的教育有著高度的自由，即政府不幹預學校的具體教學內容和教學方法，學校可以根據自己的辦學理念和教學計畫來選擇教材。不僅如此，這也使得教師具有很大權威性，能夠從教學需要或學生實際出發靈活處理教學事務。總的來說，荷蘭從 19 世紀 60 年代末就卓有成效地實現了從傳統數學教育向現代數學教育的改革，並且現代數學教育的思想、觀點和方法已經被荷蘭政府、社會以及大眾所接受。¹⁰在世界各國的數學教育改革中間，荷蘭的改革是值得稱道的，因為荷蘭的數學教育改革一直以穩定的、循序漸進的方式進行著，在荷蘭學生在有關數學學業成績的國際測試中的成績名列前茅。可以說，荷蘭的數學教育改革是非常成功的，並且已經具有了世界性的影響。

7. 芬蘭數學課程改革歷程

芬蘭從 1921 年起實施義務教育，並於 20 世紀 70 年代確立了九年制義務教

⁸ 同上

⁹ 吳穎康. 新加坡的數學課程[J]. 中學數學月刊,2006,12:3-7.

¹⁰ 綦春霞. 數學課程論與數學課程教材改革（第 2 版）[M]. 北京師範大學出版社, 2012.

育。90 年代以來，芬蘭連續在由經濟合作與發展組織（OECD）組織的“國際學生評價專案（PISA）”以及由國際教育成就評價協會（IEA）發起和組織的國際教育評價和評測活動“國際數學和科學評測趨勢研究（TIMSS）”中表現優異，引起了世界對其教育的關注。以高中課程改革為例，2002 年芬蘭政府頒佈了《普通高級中學教育國家總體目標和課程學時分配法令》，2003 年又重修修訂發佈了新版《普通高級中學國家核心課程》（National Core Curriculum for Upper Secondary Schools 2003），該標準於 2005 年 8 月在芬蘭所有普通高級中學實施，並一直在全國範圍內使用至今¹¹。

8· 中國大陸數學課程改革歷程

中華人民共和國建立之後，中央人民政府教育部於 1950 年 8 月頒佈了新中國歷史上第一份教學計畫——《中學暫行教學計畫（草案）》，它在當時是指導中學各科教學的綱領性檔。同一時期，我國制定了《數學精簡綱要（草案）》，並以此為根據，起草了《中學數學科課程標準草案》。1952 年，以蘇聯十年制學校最新的中學數學教學大綱為藍本，制定了中學數學教學大綱。1958 年，我國開始突破蘇聯教育的局限，進入探索建立中國數學課程體系的時期。1960 年 10 月，教育部著手制定十年制數學教材編輯方案，編寫十年制學校中學數學試用課本，1961 年，開始制定全日制中學數學教學大綱，編寫新的十二年制學校中學數學課本。1963 年，起草了《全日制中學數學教學大綱（草案）》，在數學教學內容現代化上有了很大的突破。1978 年，教育部頒佈《全日制十年制中學各科教學大綱（試行草案）》，並於 1980 年對其進行修訂。1982 年，制訂了《全日制六年制重點中學數學教學大綱（徵求意見稿）》。1983 年，教育部發佈《高中書教學綱要》。1985 年，發佈《調整初中數學教學要求的意見》，對於初中數學教學內容作了調整。1987 年 2 月，頒發了《全日制中學數學教學大綱》，該大綱反應了調整教學內容後的成果¹²。1992 年 8 月，國家教委頒佈《九年制義務教育全日制初級中學數學教學大綱（試用）》。1993 年 2 月，中共中央、國務院又頒佈了《中國教育改革和發展綱要》。1999 年 6 月，中共中央國務院頒佈了《中共中央國務院關於深化教育改革全面推進素質教育的決定》，同年召開的第三次全國教育工

¹¹ 孫靜. 現代國際數學課程發展與我國數學課程改革的比較研究-以中外數學課程標準比較為例[A]. 全國數學教育研究會.全國數學教育研究會 2012 年國際學術年會論文集[C].全國數學教育研究會.,2012:15.

¹² 呂世虎. 中國當代中學數學課程發展的歷程及其啟示[D].東北師範大學,2009.

作會議和國務院批轉的教育部《面向 21 世紀教育振興行動計畫》都提出改革現行基礎教育課程體系，加快構建適應時代發展要求的新的基礎教育課程體系。2000 年，在試驗基礎上，教育部頒佈了《九年制義務教育全日制初級中學數學教學大綱(試用修訂版)》和《全日制普通高級中學數學教學大綱(試用修訂版)》。2001 年，以國家公佈的《基礎教育課程改革綱要(試行)》為標誌，開啟了基礎教育領域的教育變革。本次課程改革以促進學生的全面發展為根本目的，在課程理念、目標、內容、方法和評價等方面都變化很大，其中的一個根本性的變化是將教學大綱的提法轉變為課程標準。就數學教育而言，教學大綱關注的是應該教什麼和應該掌握到什麼程度，而課程標準更加重視學生能力的培養和素養的提高¹³。同年頒佈並實施了《全日制義務教育數學課程標準(實驗稿)》。自此，使得人們對數學教育、數學課程的改革有了全新的認識。在課程改革經驗積累的基礎上，我國於 2011 年頒佈了《義務教育數學課程標準(2011 年版)》。

(三) 澳門初中數學課程發展的現狀

第七期：2012 年至今的落實期

2010 年以來，澳門特區政府繼續加大非高等教育方面的經費投入，加大對非高等教育的支持力度，從而提高教育教學品質，實現優質教育的目標。不僅如此，社會文化範疇施政方針指出要制定澳門特區非高等教育的未來發展藍圖。一年以後，澳門教育暨青年局于 2011 年推出了《澳門非高等教育發展十年規劃(2011-2020 年)》(以下簡稱“《十年規劃》”)，以確定未來十年的發展方向、目標及措施。其中提到了“澳門的非高等教育正處於提高品質、邁向優質教育的關鍵期，特區政府已提出實施‘教育興澳’的方針”，“在課程、教學和學生發展等方面加強小學與初中的聯繫，讓學生享有完整、連貫的學習經驗”，“逐步優化課程與教學關係，著眼於學生的長遠發展”，“進一步暢通終身學習的途徑”。雖然《十年規劃》並不是一部法律或法規，但它是一個具有導向性的檔，能有效地促進非高等教育的發展和教育品質的提升。

2014 年，澳門進一步頒佈了《本地學制正規教育課程框架》(以下簡稱《課

¹³ 教育部基礎教育課程教材專家工作委員會.《義務教育數學課程標準(2011 年版)》解讀[M].北京：北京師範大學出版社，2012.

框》)，其中規定：“小學教育、初中教育及高中教育各階段不同科目的基本學力要求包括以下的組成部分：基本理念、課程目標以及該科目各範疇基本學力要求的具體內容”，“訂定基本學力要求時須考慮學生未來發展及終身學習的需要，並須體現全面性、整體性及發展性”，並且在“訂定各教育階段基本學力要求時，應遵循）第 9/2006 號法律《非高等教育制度綱要法》所定的總目標、各教育階段的目標，以及課程與教學的相關規定和第 15/2014 號行政法規《本地學制正規教育課程框架》所定的各教育階段課程發展準則”。《框架》的部分條文已經實施，將在 6 年之內全面落實。為了配合《框架》的有效推行，澳門教育當局推動各個教育階段進行“先導計畫”，其中，初中教育階段已於 2014 至 2015 學年啟動。

（四）澳門初中數學大綱與大陸數學課程標準的比較

為了應對新世紀帶來的挑戰，各個國家和地區都積極地進行數學教育改革，這其中就包括了作為數學教育綱領性檔的課程標準的研製。然而，澳門地區的數學教育改革相對滯後，至今初中學段仍沿用 1999 年頒佈的《初中數學大綱》。而進入新世紀以來，中國大陸的數學教育改革緊跟世界潮流，取得了階段性成果，這其中具有標誌性意義的就是 2011 年底頒佈的《義務教育數學課程標準（2011 年版）》。《義務教育數學課程標準（2011 年版）》是在《義務教育數學課程標準（實驗稿）》試行十年的基礎上研製出來的，具有很強的理論基礎和實踐意義。通過對《澳門大綱》與《中國標準》的比較，在後續中為澳門數學課程改革，特別是初中數學學歷基本要求的研製提供借鑒。

1. 課程目標的比較

課程目標在數學教育中具有重要的作用，它既是檢驗教學效果的主要依據，也是指導教學過程的有效工具。澳門和大陸都十分重視課程目標的設置，在目標方面也存在一些共同特點，其共同之處主要體現在具體的內容方面，有以下表現：

- （1）終極目標都是為學生的未來生活、工作和學習做好準備；
- （2）繼承了中華民族優良的數學教育傳統，強調雙基的習得（即基礎知識的掌握和基本技能的獲得）；
- （3）順應數學教育發展趨勢，強調數學教學的啟發原則，將問題解決、能

力培養（特別是思維能力的培養）作為重要的培養目標；（4）注重對學生情感態度的薰陶，特別是數學學習態度的培養和數學學習自信心的建立。兩地在存在共同特點的同時，也形成了各自的特色，澳門方面將資訊科技的運用提到了課程目標的高度，並在“教學/學習組織計畫”中具體闡述了課程目標。具體來講，澳門的課程目標滲透到了每一個學習單元，使每一個學習單元都有針對性的目標，比如初中三年級的函數一章，要求學生“1.能說出函數的定義；2.能說出函數與反函數的特性，及其相互關係；3.能根據方程作出函數圖像，並指出其性質”。而大陸方面，將雙基擴展為四基，即增加了基本思想和基本活動經驗，特別強調了發現與提出問題，並分知識技能、數學思考、問題解決和情感態度四個維度對總目標進行了闡述，在知識技能方面詳細地闡述了“數與代數”、“圖形與幾何”、“統計與概率”三個方面的具體要求，在數學思考、問題解決和情感態度方面中，則強調了統計方法、資料分析與隨機現象，要求學生“學會與他人合作交流，初步形成評價與反思的意識”，並形成反思質疑的習慣。另外，《中國標準》還強調了這四個目標維度的相互作用，“數學思考、問題解決、情感態度的發展離不開知識技能的學習，知識技能的學習必須有利於其他三個目標的實現”，要求“在課程設計和教學活動組織中，應同時兼顧這四個方面的目標”。這些也反映出兩地的課程目標在呈現方式方面存在著較大的差異。另外，在課程目標的闡述方面，特別是行為動詞的使用方面，大陸做得更好一些。大陸將描述目標的行為動詞分為兩類，即描述結果目標的行為動詞和描述過程的行為動詞，並專門設置附錄 1 對這兩類動詞進行解釋，這對教師合理地把握學生的學習情況具有重要的作用。而《澳門大綱》沒有注意到這點，更多地使用了描述結果目標的行為動詞，比如在概率與統計部分僅“能”就使用了 9 次。

2.課程內容的比較

課程內容是數學教學的載體，它決定著教師教和學生學的內容，在數學課程中具有重要的地位。對《澳門大綱》和《中國標準》課程內容的比較，主要分為課程內容的呈現方式、廣度和重點三個方面。

2.1 課程內容的呈現方式比較

《澳門大綱》與《中國標準》在呈現課程內容時採用了不同的方式。主要體現《澳門大綱》為了將課時分配給具體的課程內容，（大陸在《中國標準》中沒有關於課時安排的內容）在“預計節數”部分直接列出了初中每一個年級的學習單元，（見表 6 的澳門部分），並在“教學/學習組織計畫”部分，將學習單元具

體到了學習單位，比如初中一年級第四章“一元一次方程”，含有等式、恆等式和方程，一元一次方程及其解法與應用，含絕對值的方程等 5 個學習單位。大陸在第三學段（相當於初中）卻沒有採用這種方式，將具體的學習單元和學習單位呈現出來，而是將這個學段的課程內容分為數與代數、圖形與幾何、統計與概率以及綜合與實踐四個範疇，並在這四個範疇下具體闡述，而且在具體的闡述過程中，又將這四個範疇進一步地細化，比如“數與代數”範疇又包括數與式、方程與不等式、函數等幾部分，最後通過知識點方面的具體要求闡述了每一個細化部分的知識目標，而《澳門大綱》對應部分是在“教學/學習組織計畫”部分的“目標一欄”闡述的。

表 6 大陸和澳門初中數學課程內容框架

大陸 ¹⁴		澳門
七年級上 <u>第一章 1 有理數</u> <u>第二章 2 整式的加減</u> <u>第三章 3 一元一次方程</u> <u>第四章 圖形認識初步</u>	七年級下 <u>第五章 相交線與平行線</u> <u>第六章 平面直角坐標系</u> <u>第七章 三角形</u> <u>第八章 二元一次方程組</u> <u>第九章 不等式與不等式組</u> <u>第十章 資料的收集、整理與描述</u>	初中一年級 一. 要點重溫 三. 代數式的基本概念 五. 平面幾何的基本概念 七. 百分數 九. 量度和近似 十一. 三角形 十三. 因式分解 十五. 統計的基本概念 二. 有理數 四. 一元一次方程 六. 角和平行線 八. 面積 十. 基本幾何作圖 十二. 多項式 十四. 分式 十六. 數制
八年級上 <u>第十一章 全等三角形</u> <u>第十二章 軸對稱</u> <u>第十三章 實數</u> <u>第十四章 一次函數</u> <u>第十五章 整式的乘除與因式分解</u>	八年級下 <u>第十六章 分式</u> <u>第十七章 反比例函數</u> <u>第十八章 畢氏定理</u> <u>第十九章 四邊形</u> <u>第二十章 資料的析</u>	初中二年級 一. 比和比例 三. 二次根式 五. 三角函數 七. 文字方程 九. 圓和立體圖形 十一. 聯立一次方程 十三. 續因式分解 十五. 平面幾何證明 二. 三角形與多邊形 四. 畢氏定理 六. 解三角形 八. 直線 十. 百分法的應用 十二. 乘法公式 十四. 頻數分佈
九年級上 <u>第二十一章 二次根式</u> <u>第二十二章 一元二次方程</u>	九年級下 <u>第二十六章 二次函數</u> <u>第二十四章 相似</u> <u>第二十八章 銳角三</u>	初中三年級 一. 指數 三. 求積法 五. 二次方程 七. 三角的應用 二. 對數 四. 解不等式 六. 簡易概率 八. 集中趨勢的

¹⁴ 以人民教育出版社出版的初中數學實驗教學書所列的內容為依據

第二十三章 旋轉	角函數	量度	
第二十四章 圓	第二十九章 投影與視圖	九. 根式	十. 圓
第二十五章 概率初步		十一. 集合	十二. 函數

2.2 課程內容的廣度比較

表 1 的大陸部分是依據課程內容編制的教科書的學習單元。通過左右兩欄的比較，得出了《中國標準》與《澳門大綱》課程內容的異同。(見表 7) 通過表 1 的觀察可以發現，澳門的課程單元有 43 個，而大陸僅有 29 個，單純從單元數量來看的話，澳門課程內容的廣度遠遠高於大陸課程。從具體的知識點來看，大陸課程內容的廣度也低於澳門的課程內容，主要體現在澳門課程內容涵蓋了數制、指數、對數、求積法、幾何、函數、直線等大陸學生高中才能學習的知識。而大陸課程內容中的“綜合與實踐”是澳門《澳門大綱》沒有涵蓋的。另外，雖然澳門的課程內容的廣度要高，但是《澳門大綱》中含有大量的增潤課程，對於一般學生而言，澳門的課程廣度甚至低於《中國課標》。

表 7 《中國課標》與《澳門大綱》課程內容的異同

	大陸	澳門
數與式的運算	有理數、分式、二次根式、整式的加減、整式的乘除與因式分解	
	實數	數制、指數、對數、求積法、比和比例、百分法的應用、根式、百分數
方程與不等式	一元一次方程、一元二次方程	
	不等式與不等式組、二元一次方程組	解不等式、文字方程、聯立一次方程
歐式幾何內容	圖形認識初步(平面幾何的基本概念)、相交線與平行線(角和平行線)、三角形、四邊形(三角形與多邊形)、畢氏定理、圓	
	全等三角形、軸對稱、旋轉、相似、投影與視圖	面積、量度和近似、基本幾何作圖、圓和立體圖形、平面幾何證明
函數	銳角三角函數	
	一次函數、反比例函數、二次函數、	集合、函數、解三角形、三角的應用
解析幾何	平面直角坐標系	直線
概率與統計	資料的收集、整理與描述；資料的分析、概率初步	統計的基本概念、頻數分佈、簡易概率、集中趨勢的量度

2.3 課程內容的重點比較

這裡的課程內容的重點主要指課程的基礎部分的内容。《中國標準》大部分內容為基礎部分，只有 5 個知識點為選學內容，而《澳門大綱》有 7 個章節為增潤課程，還有 22 個章節中含有部分增潤課程。因此從這方面來講，大陸課程內容的重點知識要多於澳門的課程內容知識。但究竟哪些課程內容應該作為課程重點？有什麼篩選標準嗎？在《中國標準》與《澳門大綱》中都沒有體現，在其它

課程文件或法令政策中也沒有具體的說明，其選取標準是經驗的結果，不像美國《學前期到 8 年級的數學課程焦點：追求一致性》為課程焦點的選取制定了 3 條篩選標準。這也就說明瞭兩地數學課程內容，特別是澳門地區課程重點內容的設置存在一定的問題。比如，澳門將“簡易概率”這一章列為增潤課程，這顯然不符合課程發展趨勢，即統計與概率作為資訊社會公民知識素養的重要組成部分，在數學學科中的地位不斷提升，在公民基本素養的養成方面扮演的角色越來越重要。美、日、英、法、新加坡等發達國家，對這個領域也越來越重視，已將此領域列為中小學必修內容。美國甚至早在 2000 年的《美國學校教育的原則和標準》中，將這一領域的教學延伸到了幼稚園，而將“互斥事件和獨立事件”這些對初中學生來講比較深奧的概率知識放在了初中階段。另外，數制、指數、對數、求積法、幾何、函數、直線等大陸學生高中才能學習的知識放在初中階段學習是否合適，這也是一個值得思考的問題。

另外，《中國標準》在課程內容方面有一點做得比較好，即為了使《中國標準》閱讀者更好地理解課程內容，《中國標準》專門設置了目錄 2 “課程內容及其實施建議的實例”，針對重點的課程內容配備了 36 個實例，並對這些實例進行了說明。而《澳門大綱》在課程內容中沒有實力，僅僅在“教學/學習組織計畫”的工作建議部分有一些實例，但沒有進行具體的說明。

二、學力要求的理念及其目標

（一）學力要求的理念

1. 澳門

數學起源於現實世界，許多分支是在解決現實問題的實踐中產生的，最古老的算術、幾何學，以及近代微積分的產生、發展都體現了這一現象。但隨著數學的發展，數學的來源除了現實世界以外，還有來自數學自身形式化的需求。某些數學內容在最初產生之時找不到任何現實世界的根源，而是數學自身形式化邏輯演繹的結果；某些數學內容的應用價值是在理論產生之後許多年才得以發現，比如素數分解早在古希臘就開始進行，而其應用價值卻在 20 世紀的編碼理論。但不變的是，數學是研究其中的數量關係與空間形式。也正是從這樣的角度來說，我們認為“數學是一門研究空間形式與數量關係的科學”。

數學不僅是知識，更是人類實踐活動創造的產物，是人類共同的文化遺產，數學的內容、思想、方法和語言是人類文化的重要組成部分。但在不同文化背景下，數學具有不同的特點和價值，並隨著相應文化的消亡而消亡。希臘之後，阿拉伯的數學具有完全不同的特色，事實上它已是一種完全不同的數學。希臘數學是有閑階級的一種抽象的思維活動；而阿拉伯數學卻是經受過艱辛磨練的遊牧民後代的一種具體而實用的活動。數學家作為社會成員之一，他們研究的是某種潛在的數學文化認為是重要的問題，也就是說存在著某種文化力量在促使人們去解決那些問題。數學學派就是數學家的社會活動。數學發展有文化的行為模式，即數學發展的“定律”是近似的，這些定律是數學史家從社會學角度研究而得到的結論。例如：數學家們同時做出的獨立發現，或者同時解決的著名問題，而且一般來說是普遍的結論，而不是數學中的反例。文化直覺使得人們對每一個數學概念、數學理論都能找到一個開端。

數學是描述自然現象和社會現象中空間形式與數量關係的一種通用語言和解決問題的有效工具，在人類文化的發展過程中起到了不可估量的作用。英國學者伊恩·斯圖爾特在著作《自然之數》中將數學的作用歸結為三點：(1) 發現自然界背後的規律和結構，是認識自然的一種有用方式；(2) 以最令人滿意的方式建立基本模式和規律；(3) 預測自然界的發展規律。數學為自然科學、人文社會科學研究乃至社會生產提供了基礎性工具，也為人們的日常生活提供了豐富的知識、科學的思維、審美的情趣、理性的精神。隨著資訊社會與數位時代的到來，數學的應用領域空前擴張，數學的“效益”越來越明顯，成為開發高新技術的主要工具。同時，科學技術和生產的發展也對數學提出了空前的需求。因此，數學素養成為現代公民的基本素養，數學課程作為整個教育體系中的基礎課程與核心課程地位更為顯著。儘管只有少數學生走出校門進入社會後直接從事與數學有關的行業，並且大多數學生並不適用高深的數學知識，但數學課程帶給他們的數學精神、數學思想方法將永伴其一生。

初中是基礎教育的中間階段，更加需要關注為學生未來生活和學習作準備。同時，初中學生的認知發展進入到形式運算思維階段，也是學生數學思維發展的關鍵時期。因此，從數學學習的內容與目標而言，不僅應該關注數學基礎知識與基本技能的掌握，同時還要關注數學創新意識的形成，數學應用意識與能力的培養，幫助學生學會數學地思考問題，初步形成用數學的知識、方法與思想分析和

解決問題的能力。

1.1 數學課程應適應學生個性化需求，為學生發展奠定基礎

“選擇什麼樣的數學課程內容才最有價值？”、“如何組織數學課程內容才科學、合理？”、“怎樣呈現數學課程內容才便於學生理解掌握”這些問題歷來都是數學教育中的根本性問題，無論是對於課程設計者還是對於課程實施者皆如此。《基本學力要求》明確了有關數學課程內容的認識。

其一，數學課程內容的選擇依據。《基本學力要求》指出：“數學課程內容不僅關注數學的進展與應用，滿足學生未來繼續學習、工作和日常生活的需要，而且要貼近學生的實際，遵循學生學習數學的心理規律，適應學生個性發展的要求。”這就是說，數學課程內容的選擇，要採取“融合”的觀點，以學生全面、和諧、可持續發展為出發點和歸宿點，通盤考慮數學本身的邏輯特徵和學生的心理規律，以促進每個學生全面、個性的發展。既要關注現代數學自身及其應用的新進展，將現代數學中新內容和新技術引入數學課程之中，讓學生學習現代社會所必需的和有用的數學；又要從學生今後成長和發展角度出發，結合學生已有的生活經驗、知識經驗和活動經驗，根據學生的年齡特點和心理發展規律選擇適合不同學生的、有價值的數學題材。除此之外，數學課程內容除了基礎知識和基本技能外，還要包括作為交流的數學、作為推理的數學、作為問題解決的數學等那些不只是對於學生學習數學有用而且對學生將來步入社會做任何事情都有價值的內容。

其二，數學課程內容的組織方式。如果把數學課程內容作為一項人類活動來對待，就應該重視過程，重視數學知識的來龍去脈，包括數學知識產生的背景、抽象的過程、實際應用和與其他知識之間的實質性聯繫、以及學生在獲得這些知識過程中所獲取的直接經驗和間接經驗等方面。通過創設豐富的資源、空間和時間，使學生有經歷人類數學認識活動的機會，體驗從現實問題到數學問題、從具體的數學問題到抽象的數學概念、從瞭解特殊關係到發現一般規律、從直覺猜測到嚴密的邏輯推理的過程。在這樣的過程中，伴隨著觀察、猜測、歸納、演繹、類比、分析、概括等思維活動，使學生不僅能獲得知識與技能，而且能感悟到知識技能背後的處於隱性形態的數學本質、數學思想與方法，體驗和積累一定的數學活動經驗，同時養成良好的學習習慣和個性品質，促進學生思維能力的發展，從整體上促進學生數學素養的提高。

其三，數學課程內容的呈現形式。數學課程內容的呈現應注重多樣化。課程內容的呈現要考慮到學生的生活背景、活動經驗、知識體驗、文化環境、自身思維方式的差異性，根據初中學生的興趣愛好、年齡特徵和認知特點，採取適當的呈現方式，以保證學生積極、主動地參與整個學習過程，滿足學生多樣化的學習需求，使全體學生都能得到相應的發展。例如，可以採用圖片與啟發性問題結合、圖片與文字說明結合、表格與文字結合、數與形結合、計算與推理結合等相結合的呈現方式，使得內容呈現圖文並茂，說明學生對相關內容的理解掌握。關注課程內容呈現的多樣化的同時，要注意數學知識的整體性和系統性，厘清數學脈絡，並將不同的活動方式按照認知活動的步驟進行有效的整合，使其蘊含激發學生的積極行動的隱喻，引發學生思考，激發學生進一步探究或活動的欲望。

1.2 數學學習應在理解的基礎上，體現學習方式的多樣化

該理念的核心要義：強調了數學學習的本質，提出了重要的數學學習方式以及數學學習的基本要求。

第一，數學學習是在已有知識經驗的基礎上再發現新知識的過程。

從本質上說，學生的數學學習過程是一個自主建構數學知識的過程，他們帶著自己原有的知識背景、活動經驗和理解走進學習活動，並通過自己主動參與活動，包括獨立思考、與他人交流和反思等，去建構對數學的理解。因此，數學學習的過程可以說是一個“再發現”的過程，而且是在已有知識經驗的基礎上再發現新知識的過程。這裡的“再發現”意指：學生從事對數學知識的提煉和組織——通過對低層次活動本身的分析，把低層次的知識變為高層次的常識，再經過提煉和組織而形成更高層次的知識，如此循環往復，再把數學放到現實中去加以使用。這一過程，對於學生獲得經驗、形成對經驗的分析與理解、對獲得過程以及互動方式的反思的習慣與能力是至關重要的。

這一“再發現”的過程是建立在學生已有知識經驗的基礎之上的。因為學生在來到學校之前，他們就已經擁有了大量的日常生活經驗。而隨著學生的成長，他們從學校裡所獲得的經驗會比在學校外的日常生活中所獲得的經驗更多、更重要。正是基於這些校內、校外的各種經驗，學生才能通過各種活動將新舊知識聯繫起來，思考現實中的數量關係和空間形式，由此發展他們對數學的理解。而數學中的量的關係以及變化等都是以前符號來表達的，學生身心發展的特點和數學抽象性特徵共同決定了學生的數學學習基本是一種符號化語言與生活實際相結合

的學習，兩者之間的相互融合與轉化成為學生再發現的重要途徑。

第二，有效的數學學習活動不能單純依賴模仿與記憶，數學探究、數學交流也是數學學習的重要方式。

數學學習離不開模仿與記憶。如數學符號的讀寫、數學工具的操作、畫圖技法、解題表達、方法運用、學習習慣等始於模仿；數學中的定義、法則、性質、公式、定理等正確應用的前提是準確的記憶，知其然且知其所以然。但需注意的是，數學學習不能機械模仿，不能囫圇吞棗、死記硬背。國際學習科學研究領域有句名言：聽來的忘得快，看到的記得住，動手做更能學得好。數學學習不應僅僅就是“一張紙＋一支筆”，為獲得某種數學結論、驗證某種數學猜想、解決某種數學問題，可以借助一定的手段，進行實驗探索與研究。如通過測量、拼剪、折紙、製作模型等實物操作，以驗證、檢測所學知識或結論的正確性；或以數學教育軟體（如幾何畫板等）為平臺，探求軌跡、描繪圖像、數值分析，以發現未知的數學結論或新的數學規律。其實，數學探究、數學交流都是數學學習的重要方式。數學探究是指學生圍繞某個數學問題，自主探究、學習的過程。這個過程包括：觀察分析數學事實，提出有意義的數學問題，猜測、探求適當的數學結論或規律，給出解釋或證明。在數學探究的過程中，學生應學會查詢資料、收集資訊、閱讀文獻，養成獨立思考的習慣，建立嚴謹的科學態度；教師應該成為學生進行數學探究的組織者、指導者、合作者。交流是分享觀點和澄理解的一種方式，通過交流可以反思、精煉、討論和修正數學觀點，也有助於理解觀點的意義，使之記憶深刻。在初中階段，我們期待每個學生都能夠通過交流形成良好的數學思維；清楚連貫的與同伴、教師或其他人交流他們的數學思維；分析和評價他人的數學思維和策略；用數學語言精準地表達自己或他人的數學觀點。為此，教師應努力建立一個極富交流的課堂環境，鼓勵學生分享想法、尋求澄清，直至完全理解；應選用能出現有意義交流的數學活動，使其與重要的數學概念有關，或有不同的解題方法，或允許多種不同的方法表徵等；應鼓勵學生充分地思考問題，提出合理的解釋，試用新的詞彙和符號，對不同的論證做實驗，驗證猜想，評價給出的證明，反思自己的理解和其他人的想法。

第三，數學學習重在理解，應不斷領會數學知識之間的廣泛聯繫，並應用所學知識解決實際問題。

數學理解是多面向的。能否建立數學知識之間的廣泛聯繫，能否利用所學的

數學知識解決實際問題是衡量學生數學理解的重要途徑。如果不能建立聯繫，學生就要學習和記憶太多的獨立的概念與技能，而有了知識之間的相互聯繫，學生則可以在以前所學的知識基礎上建立新的理解。

初中數學課堂應通過課程本身、教師與同學提出的問題來呈現連貫的數學。因為學生在提出問題、回答問題的過程中能夠體現出不同知識之間的聯繫。如你是怎樣想到的？為什麼有道理？我們以前在哪裡見到過這個問題？這些思路是怎樣關聯想？你用其他的方法考慮過嗎？今天學習的內容與前面學的單元有聯繫嗎？從這些討論中，學生能夠建立知識間聯繫，並通過傾聽同伴、獨立思考來強化自己的數學理解。如果課程和教學展現給學生的是一個整體性的數學，學生將會建立數學知識具有廣泛聯繫的觀念。其實，豐富的數學活動有助於學生建立聯繫，富有挑戰性的實際問題會促使學生思考如何在新的情境下應用熟知的概念和操作程式。因此，教師應該選擇那些能夠將不同數學內容及整個數學課程中的數學概念連接起來的問題，或者利用其他學科作為資源來加強學生對數學的理解；應該給學生提供大量的機會來應用和擴展他們的推理技巧或經歷在在數學學科以及其他學科中應用數學知識的過程。如果數學教師能盡最大努力將不同領域的知識聯繫起來，學生將會體會到數學是如何滲透在社會生活的方方面面，而不只是孤立地存在。

1.3 數學教學應體現數學的思維過程，促進師生的共同發展

其一，數學教學是數學思維活動的教學。數學教學自然應當關注學生在基本知識、基本技能的獲得以及基本思想方法的體會和運用，但僅僅做到這些是不夠的。現代數學教育發展的一個重要特點是：相對於具體數學知識和技能的學習而言，應當更加重視如何幫助學生學會數學地思維。可以說，數學教學是數學思維活動的教學。首先，數學教學內容決定了數學教學應是數學思維活動過程的教學。教學作為一個過程，其核心是數學教材作者的思維活動過程、數學教師本身的思維活動過程、學生的思維活動過程的有機結合。分析數學思維活動過程，就是“拉長”這三種思維活動的過程，使思維活動產生“慢鏡頭”，它是數學教師在教學活動中最重要、最本質的活動。教師平時備課、上課、答疑、改作業、輔導等教學活動過程都是在分析數學的思維活動過程。數學教師正是通過自己創造性的思維活動，在教材作者的思維活動與學生的思維活動之間架設橋樑，以實現三種思維活動的和諧與協調。其次，創造型人才的培養決定了數學教學應是數學思維活

動過程的教學。長期以來，數學教學一直停留在知識型的模式上，即使提出“傳授知識、培養能力”這一新的數學教學思想後，也未得到根本性的改變。教學中，過於強調對定義、定理、法則、公式的灌輸與記憶，不注意這些知識的發生、發展、應用過程的揭示與解釋，不善於將這一過程中豐富的思維訓練的因素開掘出來，不善於將知識中蘊涵的豐富的思想和方法進行抽象和概括，存在著“掐頭去尾燒中段”的狀況。因此，我們在重視結果的同時，應該更重視導致結果的過程，在數學教學中，要把導致結論的全部思維過程活生生地展現在學生面前，使學生得到數學思維能力的培養和薰陶。其實，數學思維方法並不是高度抽象，不可捉摸的東西，而是滲透於各種具體的數學活動之中，思維方法的訓練應當滲透於具體數學知識與技能的學習之中。因此，在數學教學中應該讓學生經歷問題的發現和提出、解題思路的探索，解題方法和規律的概括等過程，讓學生逐漸學會思考特別是獨立思考。這不僅有助於學生建立起自己對於數學學習和數學現實的直覺，學會用數學的眼光去發現、提出問題，用數學的方法去分析、解決問題，而且能體驗到數學的社會文化價值。這些是數學教學所要追求的。事實上，我們所強調的由思維方法的學習向數學素養的過渡，就是應當在教學過程中體現數學的文化價值，努力將文化落實到人格。

其二，教學活動是學生學與教師教的統一。“教”和“學”是教學活動中的兩種基本行為，它們對應的是活動中的兩個行為主體——教師和學生。實現“教”和“學”統一的關鍵是處理好教師和學生的關係。學生是數學學習的主體，在整個教學活動中，教學方法的設計、教學環節的展開，都是圍繞學生這個主體，也就是說教師從備課到授課，所有的依據和基礎就是學生，以學生的實際情況進行設計和實施。而教師是數學學習的組織者、引導者與合作者。在教學環節的展開、重要內容的講解和各種探索活動過程中，教師要掌控著課堂的變化以及趨勢，讓學生主動的進行學習。教師不僅要從所學內容在數學知識體系中所處的位置和作用出發，更應從學生興趣和動機角度出發，設計具有形象性、啟發性和富有挑戰性的數學問題引發學生積極和持續的思考。此外，教師應當關注學生的已有生活經驗、知識經驗和學生的非認知因素，採用靈活多樣的教學方法，引導學生數學地去觀察世界、提出問題、分析問題、解決問題並概括、總結、反思，經歷數學思考、數學價值體驗的過程，使思維和情感共同參與。其中，數學結果的應用和推廣這一學生容易忽視的環節，是數學學習中最後環節之一，它能增加抽象的數

學和現實的生活之間的聯繫，提高學生對數學學習重要性的認知。而對學習過程的回顧和反思是數學思維活動的核心和動力，是對數學學習所經歷的過程再認識，是數學學習中的理性揚棄的過程。數學學習反思是關於學習態度、學習目標、學習內容、學習策略、學習結果反思的統一。回顧和反思是提高數學學習的有效路徑，新課程教學要求教師要盡到的首要職責就是幫助學生檢視和反思自我。

其三，數學教學活動是師生積極參與、交往互動、共同發展的過程，師生的參與度、交往性、發展性應該是體現數學教學活動本質的特徵。數學教學不僅僅表現為抽象的符號傳授，更是生動的、富於思維碰撞的心靈溝通，最終實現的是師生的共同發展。因此，數學教學不是教師單向、獨白式的教學，而是教師、學生、文本之間的多向交互關聯的活動，它通過交往獲得動力，通過互動得到創生。在特定的數學教學目標下去追求教師和學生相互的有效交往。興趣激發、問題驅動、思維碰撞、質疑反思、探究辨析等所支撐的是教與學雙方的積極參與、溝通對話、交流互動活動，而數學的邏輯序、學生的認知發展序與數學教學流程也在這樣的活動中得到適時的調整並最終趨於協調。這樣教學的有效性就得到了保障，數學教學追求的就是一種和諧的、具有生命力和生長性的活動。

當然，作為教師，還應該突破“預設”的樊籠，變“預設”為“生成與建構”，積極引導學生經歷數學的“再創造”過程，使學生在參與和體悟“問題解決”的過程中，既長知識，又長智慧，讓學生在“再創造”中建構屬於自己的認知結構，真正促進學生的終身可持續發展。數學教學要貫徹“再創造”原理，並不是說必須讓每位學生親身經歷一切數學知識的再創造過程，學校教學的課時限制及學生各種繁重的課業意味著這樣做是不現實的。而且，學生的數學水準和能力也存在著客觀的差異，在創造過程中，他們也需要分別獲得不同程度和不同性質的幫助和引尋。因此，一個比較實際的做法是，教師精心安排，選擇適當的課題，在客觀條件允許的情況下，盡可能讓每個學生獲得較多的“再創造”機會。

1.4 重視數學與資訊技術的整合

隨著資訊技術的普及與發展，多媒體軟硬體、校園網、互聯網等都已成為學校的基本設施，幾何畫板、Geogebra 軟體、超級畫板等相當成熟的數學教育軟體都已開發和利用，這些都為數學教育中運用資訊技術創造了有利條件。在這一領域，關注的問題不在於是否運用資訊技術的問題，而是如何合理地運用資訊技術，如何更有效地將資訊技術與數學課程整合的問題。《基本學力要求》中對資

訊技術的運用提出了若干方面的建議。

第一，關注資訊技術與數學課程的有機整合。資訊技術與數學本身有著深厚的淵源關係，作為現代資訊技術最初物化形式的電腦就是以數學為基礎發明創造的，與此同時，資訊技術的發展、電腦技術的廣泛應用也為數學注入了新的活力。資訊技術與數學發展到今天，更是相互依存，相互促進，協調發展。理所當然的，作為教育任務的數學與資訊技術之間也應該建立有效的聯合，注意其有機整合。要做到有機整合，至少需要注意兩點：一是充分瞭解資訊技術的功能特點、自身的局限性與適用場合，正確把握它運用於特定數學內容教學中的長處與短處，能依據數學課程內容對技術做適當的處理，揚長避短，促進工具化作用的發揮和有效整合；二是明確資訊技術與數學課程整合的目的，只有這樣才能更好的解決學習上的難點，利於學生更好地理解與思考。整合不是僅僅停留在文本材料的觀念論述中，而是要更多地體現在整合思維與行為的轉化實施上，促進教師、學生、資源都得到全面和諧的發展，這才是整合的實質。比如，在資訊技術與數學課程整合過程中，教師能提升數學教學水準、增長數學教學智慧、拓展數學專業視野；學生能學會學習、掌握數學的本質、勇於創新、自我發展；資源能不斷開發、優化組合、合理利用。

第二，運用資訊技術有效地改善教與學的方式。《基本學力要求》指出，“資訊技術的發展對教學內容的呈現方式，學生的學習方式、教師的教學方式以及師生互動方式產生了很大的影響。現代資訊技術不僅是探索、呈現數學知識的重要平臺，也是學生學習數學和解決問題的強有力工具。”這無疑將極大地影響著數學教學與學習的方式。數學教師可以通過網路查閱和收集豐富的資料，設計圖文並茂的教學課件和語音資料，調動學生學習的積極性和主動性；可以利用資訊技術進行類比或實驗，讓學生獲得在沒有使用資訊技術的情況下難以進行的問題解決的經驗；可以利用資訊技術讓一些過去通過思維、表像和想像難以領會的數學內容，得到直觀形象的表示和處理，說明學生對相關內容的理解。學生可以借助資訊技術處理複雜資料和圖形問題，揭示數學規律，猜想命題結論，進行合情推理；可以通過網路收集資料資訊，豐富學習資源，擴充視野；可以通過網路進行多元化交流，甚至可以通過網路提交作業、進行考試，增加了數學交流的管道；可以從繁瑣、重複性工作中解脫出來，有更多的時間思考、推理、探索和體驗。通過這些教與學方式的改善，為學生數學素養的全面提升提供了有力的支援。

第三，提高學生運用資訊技術促進數學學習的意識和能力。資訊技術不只是教師應該掌握的教學技術，也是學生應該掌握的基本學習技能，是一種促進學生自我發展的技術。因為，資訊技術強大的外化、形象化和擴展功能，不僅對提高學生收集資訊、獲取資料能力有一定的作用，而且對增強學生的問題意識，發揮學生的潛能和創造力，提高學生數學學習能力和實踐能力都有所幫助。但是，提高學生運用資訊技術促進數學學習能力是建立在充分的學習準備、恰當的教學引導和科學的教學組織基礎上的，不僅讓學生掌握技術的基本知識和技能，更重要的是，在學生運用技術進行探究活動的過程中，教師通過觀察和提供必要的幫助，促使學生在探究過程中自身的相關能力，實現資訊素養與數學能力的協調發展。

需要注意的是，運用資訊技術的目的是為了有利於學生更好地理解與思考，而不是讓它替代學生應有的數學技能和數學思考，更不是為了縮短思維過程，加快呈現學習內容和加大教學容量。事實上，僅僅多媒體螢幕代替黑板的做法實不可取的，讓數學課堂教學受控於事先準備的課件更是一種弊大於利的教學。

（二）課程目標

1. 澳門的初中數學課程目標

課程目標包括了知識、技能、能力和基本觀念等智力因素，也涉及興趣、信心、意志、習慣、態度和價值觀等非智力因素。它是初中數學課程教學應達到的目標，教材編寫、教師教學、學生學習和教學評價都要圍繞課程目標進行。

1.1 使學生獲得社會生活、實踐活動以及在數學或者相關學科中繼續學習所必需的重要的數學知識、基本的數學思想和必要的應用技能。

這個目標，反映了《基本學力要求》是以加強學生的基礎為主要目標。所有學生能夠學習基礎的數學課程內容，它包括兩個方面，一是適應現代社會生活和現代實踐活動的公民所必需的基礎內容，二是要在數學學科領域或相關學科中繼續深造所需的基礎內容。其中，基礎的數學知識是指初中數學學習中的基本的概念、公式、性質、法則、公理、定理和方法等；必要的應用技能是指按照一定的程式與步驟進行運算、測量、作圖或畫圖、操作、推理等。但需要注意的是，隨著時代的發展、技術的進步、生活的豐富，個體在社會生活和實踐活動中必需熟

練掌握的基礎數學知識和必要應用技能也應隨之發生變化，如珠算、複雜計算、巧妙證明等漸漸退出了必須掌握的基礎數學內容，而借助計算器進行計算、估算、收集和處理資料、概率初步等則應進入新的基礎數學內容的範疇。

儘管數學知識和應用技能是學生打好基礎的非常重要的兩個方面，但初中數學教學絕不僅僅以學生掌握數學知識和技能作為目標，更重要的是讓學生在學習過程中獲得基本的數學思想，這是學生獲得良好數學教育的重要組成部分。數學思想是關於數學科學最為根本的要旨，是研究數學所依賴的基礎，也是數學課程教學的靈魂和精髓。當學生完成學業步入社會後，如果不從事數學相關領域的工作，若干年後他所學習的數學知識因不被運用而會逐漸忘記，但學習數學知識同時所獲得的數學思想作為一種潛在的力量，卻一直發揮著作用。因此，數學教學中要結合具體內容滲透數學思想，使學生真正地理解數學內容，牢固的掌握數學知識，有效地形成應用技能，同時感受數學科學的精髓，實現數學素養的提升。

1.2 培養學生數學推理、運算、空間想像和問題解決的能力，以及合作交流、獨立思考的能力。

這一目標表明，《基本學力要求》體現了全面育人的思想，將初中階段的數學教學定位與促進學生全面、持續的發展。即在強調掌握基礎知識和應用技能的同時，不僅關注學生數學能力的培養，更關注學生未來社會生活和繼續學習所必需的一般能力的培養。具體來說，數學能力中的運算能力、空間想像力、資料處理能力是學生分別通過“數與代數”、“圖形與空間”、“統計與概率”三個領域數學知識的學習而獲得的能力。這三個領域的數學內容基本獨立，而且基本上覆蓋了初中數學課程的所有內容，這使得基於這三部分數學知識學習獲取的數學能力也是相對獨立、具體的，教師在數學教學中更具有可操作性。而數學推理能力和問題解決能力的獲得與上述三個領域數學知識的學習密切相關，但是以運算能力、空間想像力、資料處理能力的獲得為基礎，學生逐漸獲得的更高級、更綜合的能力。此外，《基本學力要求》中指出培養學生數學能力的同時，發展學生合作交流、獨立思考等一般能力。這些能力不僅對學生真正地去理解數學、學懂數學是非常重要的，而且對於學生後續學習、未來生活和工作具有重要的作用。

1.3 通過參與觀察、實踐、思考、探索、交流等數學活動，發展學生靈活運用數學思維判斷問題的意識和能力。

這個目標表明培養學生數學地思考，運用數學思維分析問題、思考問題是數

學教育的基本目標，也就是說，學生數學學習的結果不再只是能記住多少數學公式、會解多少道數學題，而是能否從數學的角度去思考問題，能否運用數學思維解決問題。活動是思維的基礎，數學思維要在數學活動過程中形成和發展。因此，數學教學應該是數學活動的教學。要根據初中生的年齡特徵和認知水準，設計有利於學生發展的各種各樣有意義的、富有挑戰性的數學活動，讓學生經歷觀察、探索、猜測、假設、推理、計算、驗證、反思、解釋等一系列的過程，真正成為數學活動的主體，從而促進學生數學地思考，從數學的角度分析問題的意識和能力。

有明確的數學內涵和數學目的，能體現數學本質的活動才是有意義的數學活動，才是數學教學的有機組成部分。數學活動不僅包括製作模型、數學實驗、實踐操作等外在動手操作的數學活動，而且包括獨立思考、歸納概括、質疑驗證、總結反思等內在心智操作的數學活動。無論是哪種活動方式都應該是漸進的、啟發的、探究的和互動的。

1.4 培養學生認識數學的價值，養成良好的學習習慣和科學態度，切實感受數學活動的樂趣和數學的優越性。

這個目標反映出好的數學課程，要讓學生通過對數學內在理性的感悟以及對數學家的理性精神的感悟，從而獲得精神層面的文化與價值體驗。在初中數學教育中，培養學生的理性精神主要包括三個方面：其一，學習目的上重視數學的內在價值。這是指數學教育不能一味將數學技術化，僅僅關注數學的應用價值，更重要是應該關注數學的教育價值——對學生發展的奠基性價值。即學生在學會數學知識作為今後應用工具的同時，還要學到數學的理性思維，思考更有條理，表達更清晰，提高自身的整體素養，為學生全面發展和終身發展奠定基礎。其二，學習過程中要形成良好的學習習慣和科學態度。這不僅對學生的學習數學有益，而且對學生的終身成長都有益。數學教育中良好的學習習慣和學科態度的內涵都非常豐富，其中良好的學習習慣包括：認真對待學習，勤奮刻苦，及時完成作業，有飽滿的學習熱情，有強烈的求知欲，願意提問、諮詢、反思和質疑，會合理安排時間等。良好的科學態度包括實事求是，尊重數學事實；嚴謹周密，遵循數學原理和規則；敢於猜想，勇於探索自然現象和日常生活中的數學問題，樂於參加觀察、實驗、製作、調查等數學活動；願意自己的意見公開並與他人交流，有主動和他人合作的精神，敢於提出和別人不同的見解，也勇於放棄和修正自己的錯

誤觀點。其三，學習動因上將好奇心作為數學學習的動力來源。實際數學教學往往要借助有趣味性的背景、有挑戰性的問題、與思想慣性相悖的結果來激發學生的好奇心，將好奇心轉化為學習數學的興趣，讓學生感受到數學內在的本質和自身的魅力。但需要注意的是，學生理性精神的培養不是知識技能學習的“附屬品”，也不能脫離“知識、技能”的載體，更不能通過傳輸的方式完成，而是要將理性精神培養融入到數學教學過程中，通過學生的親身體驗、自主建構去實現。

1.5 培養學生在富有想像力和創造力的活動中，獲得成功的體驗，鍛煉克服困難的意志，成為有信心、有創意的學習者。

這一目標表明，從現實情境出發，通過一個充滿探索、思考、想像、創造的數學學習過程，學生除了獲取知識外，還會收穫自信心、創新意識、鑽研精神、意志力和實踐能力，這些皆屬於情感領域，不僅是學生後續學習應具備的重要素質，更是無論未來從事怎樣的活動，作為現代文明社會公民應該具備的重要素質。同其他學科相比，數學學習更需要鍥而不捨的鑽研精神，需要有克服困難的意志力，需要有一定的自信心，因而數學課程成為培育學生具備這些精神和態度的良好的載體。數學教學中，一方面創設利於學生創造力發揮的活動情境，讓學生在運用知識技能解決問題的過程中品嚐成功的喜悅，另一方面在情境中設置具有一定挑戰性的問題，在學生遇到困難或挑戰時，幫助他們樹立戰勝困難的決心，這樣使學生逐步養成克服困難的意志力，積累解決問題的經驗和能力。

2. 美國的數學課程目標

2010年6月2日，美國州長協會最佳實踐中心（NGA Center）和州首席教育官員理事會經過探討後一起頒佈了比大多數州原來的標準更高更加嚴格的數學課程標準《州共同核心數學標準》（CCSSM）。該標準提出了八條一般性的數學實踐標準：

- (1) 理解問題，並堅持不懈地解決它們；
- (2) 抽象的、量化的推理；
- (3) 構造可行的論證，並評價他人的推理；
- (4) 數學建模；
- (5) 靈活地使用適合的工具；

- (6) 精確化；
- (7) 探求並利用結構；
- (8) 在反復推理中探求並表達規律。

3. 英國的數學課程目標

2011 年英國教育部開始對現行的國家課程標準展開修訂，並於 2014 年 12 月頒佈了《英國國家數學課程標準》(2014)。該標準設定了課程的總體目標與階段目標。其中，總目標包括下面三個方面：

(1) 發展的流暢性：精通數學的基本原理，包括通過頻繁地練習各種日益複雜的問題發展學生對概念的理解，以及快速、準確地回憶、應用知識的能力。

(2) 數學思考：通過一系列的詢問、猜測數學物件的關係和結論、使用數學語言拓展證明結論，以此發展學生的數學思考。

(3) 解決問題：能夠應用已有的數學知識解決各種常規和非常規的日益複雜的問題，包括把問題分解成一系列簡單的步驟，堅持尋求解決方案。

階段性的目標則是總目標結合具體數學內容在該階段的闡述。

4. 日本的數學課程目標

日本出臺的《2008 初中要領》中提出了初中數學課程目標為：通過數學活動，加深學生對數量、圖形等基本概念、原理和法則的理解，掌握數學表達和處理的方法，提高對事物現象的數理考察能力和表現能力，確實感受到數學活動的快樂和數學的益處，培養學生靈活運用數學進行思考和判斷的態度。

5. 新加坡的數學課程目標

新加坡在 2013 年實行的數學教學大綱中提出數學課程的總目標和小學至大學預科的分段課程目標。其中總目標要求學生能夠：

- (1) 掌握和運用數學概念和能力；
- (2) 通過運用數學方法解決問題，發展認知和元認知能力；
- (3) 培養對數學的積極態度。¹⁵

¹⁵[https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-express-n\(a\)-course.pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-express-n(a)-course.pdf)

6. 荷蘭的數學課程目標

荷蘭政府教育與科學文化部頒佈的 2003 年的標準中，“獲得性目標”分為：跨學科目標、各個學科的一般性目標和具體課程目標三個層次。跨學科目標是任何一門課程都應當指向的目標。跨學科目標與一般性目標緊密關聯，與一般性目標相比，它更為上位和抽象，它是整個課程目標的核心。這些目標在課程的一般性目標中進一步得到體現。就初中數學課程來說，它的一般性目標為：

(1) 發展正確的數學態度，包括在系統和講究方法的基礎上從事工作，對有關資料和結果能做出有探索性的評價和推廣，能創造性的接近一個問題的結論；

(2) 通過交流和數學思維等數學活動發展數學語言，並熟練地使用數學語言；

(3) 獲得對數學的鑒賞能力，通過發展與數學思維相關的情感和從數學活動中獲得的愉悅提高建立在自己數學能力基礎上的自信心；

(4) 瞭解數學在其他學科領域中的應用；

(5) 獲得的數學知識、理解能力和技能無論對今後繼續接受教育、就業還是參與社會活動都有用。

7. 芬蘭的數學課程目標

芬蘭於 2014 年頒佈了《基礎教育國家核心課程》，作為最新的國家級別的課程標準，共分為 9 大部分，其中，第 7 部分即為課程標準部分，該部分規定了各個科目的課程目標、核心內容與評價標準。就數學學科來說，6-9 年級的課程目標如下：

學會信任，為自身的數學學習負責；

開始理解數學概念與定理的重要性，看到數學與現實世界之間的聯繫；

學習計算和解決數學問題；

培養有邏輯的、創造性的思維方式；

應用不同方法獲取和處理資料；

學會清晰地表達自己的想法，確認自己的行為和結論；

通過觀察提出問題和結論；

總結規律；

學會持續集中精力做連續性的工作和參與團隊協作的技巧。

8. 中國的數學課程目標

最新頒佈的《義務教育數學課程標準（2011 年版）》把義務教育階段數學課程目標分為總目標和學段目標，從知識技能、數學思考、問題解決、情感態度等四個方面加以闡述。總目標要求通過義務教育階段的數學學習，學生能：

（1）獲得適應社會生活和進一步發展所必需的數學的基礎知識、基本技能、基本思想、基本活動經驗。

（2）體會數學知識之間、數學與其他學科之間、數學與生活之間的聯繫，運用數學的思維方式進行思考，增強發現和提出問題的能力、分析和解決問題的能力。

（3）瞭解數學的價值，提高學習數學的興趣，增強學好數學的信心，養成良好的學習習慣，具有初步的創新意識和實事求是的科學態度。¹⁶

（三）課程的內容框架

1. 基本內容

初中階段數學內容劃分為 4 部分，分別為數與代數、圖形與幾何、統計與概率、情感態度價值觀。

數與代數：數與式、方程與不等式、函數；

圖形與幾何：點、線、面、角、三角形、四邊形、圓、立體圖形、銳角三角函數、座標與變換、尺規作圖與幾何證明；

概率與統計：統計、概率；

情感態度價值觀：包括數學的興趣、態度、自信心、學習習慣和品質。

2. 認知層次

本學力要求中有這樣的一些行為動詞，一類是描述結果目標的行為動詞，包括“瞭解、理解、掌握、運用”等術語。另一類是描述過程目標的行為動詞，包

¹⁶ 中華人民共和國教育部制定.義務教育數學課程標準（2011 年版）[M].北京：北京師範大出版社，2012.

括“體會、感受”等術語。這些詞的基本含義如下。

瞭解：從具體實例中知道或舉例說明物件的有關特徵；根據物件的特徵，從具體情境中辨認或者舉例說明物件。如瞭解負數的意義。

理解：描述物件的特徵和由來，闡述此物件與相關物件之間的區別和聯繫。比如，會用負數表示日常生活中的量。

掌握（能）：在理解的基礎上，把物件用於新的情境。如掌握有理數加、減、乘、除、乘方

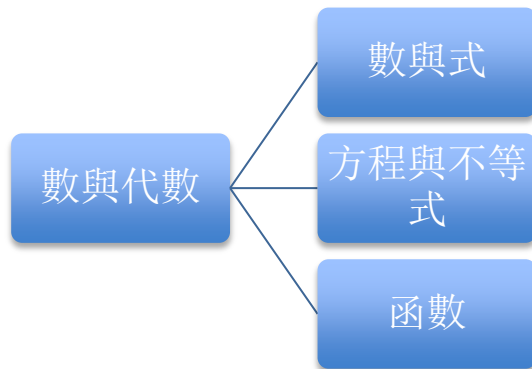
運用（會用，證明）：綜合使用已掌握的物件，選擇或創造適當的方法解決問題。

體驗（體會）：參與特定的數學活動，主動認識或驗證物件的特徵，獲得一些經驗。如通過具體情境，體會字母表示數的意義。

第二部分 學力要求的課程實施

一、數與代數

數與代數包括三個方面的內容：數與式、方程與不等式以及函數。



A-1 數與式

(一) 目標及內容要求

數與式是初中數學中最為基礎的內容，同時也是中小學數學教學銜接的橋樑，它主要包括數與式的有關概念和運算，用數或式表示各種情境中的數量及數量關係。數與式的學習目標主要包含實數與代數式的內容，實數包括有理數、無理數、二次根式，代數式包括代數式的概念、整式及其運算、分解因式、分式及其運算等內容。

數與式的具體目標要求如下：

A-1-1 瞭解負數的意義，會用負數表示日常生活中的量。

強調負數的表示，以及負數的現實意義。如日常生活中的收支、溫度、海拔高度等量的表示。

A-1-2 瞭解有理數的意義，借助於數軸理解相反數和絕對值的意義；會求有理數的相反數和絕對值，會比較有理數的大小。

要理解數軸的三要素：原點、正方向和單位長度。介紹相反數和絕對值的意義時，借助於數軸會比較直觀地去理解其內涵。如在數軸上，如果兩個數所對應的點位於原點的兩側，且與原點的距離相等，那麼稱其中一個數為另一個數的相反數，也稱這兩個數互為相反數。特別地，0 的相反數是 0。

在數軸上，一個數所對應的點與原點的距離叫做這個數的絕對值。例如，+2 的絕對值等於 2，記作 $|+2|=2$ ；-3 的絕對值等於 3，記作 $|-3|=3$ 。

A-1-3 掌握三步以內的有理數加、減、乘、除、乘方及簡單的混合運算；能運用有理數的運算解決簡單的實際問題。

能運用有理數的運算解決簡單的實際問題。如某同學記錄了本小組同學的身

高（單位：cm）：158，163，154，160，165，162，157，160，請你計算這個小組同學的平均身高。

A-1-4 會進行有理數的混合運算，理解有理數的運算律。

在進行有理數加、減、乘、除、乘方運算時，目的應明確計算的道理。這些道理就是所依據的有理數運算的法則和運算律。如有理數的加、減、乘法法則；有理數加法運算律（加法交換律和結合律），有理數乘法運算律（乘法交換律、乘法結合律、乘法對加法的分配律）。

A-1-5 理解科學記數法、近似數，會近似計算，會按照指定的精確度用四捨五入法求三步以內運算的近似值。

科學記數法內容與有理數乘法運算緊密相關，學生理解了 10^n 的意義才能用科學記數法 $a \times 10^n$ 的形式（其中 $1 \leq a < 10$ ， n 是正整數）去表示一個大數。

A-1-6 瞭解平方根、算術平方根、立方根的意義，能用根號表示一個數的平方根、算術平方根和立方根。

區分平方根和算術平方根的異同，明白為什麼負數（如 -2 ）沒有平方根。

A-1-7 瞭解開方與乘方互為逆運算，會用平方運算求某些非負數的平方根，會用立方運算求某些數的立方根；會用計算器求一個數的平方根和立方根。

一般地，如果一個數 x 的平方等於 a ，即 $x^2 = a$ ，那麼這個數 x 就叫做 a 的平方根（也叫做二次方根）。如 2 和 -2 是 4 的平方根。

一般地，如果一個數 x 的立方等於 a ，即 $x^3 = a$ ，那麼這個數 x 就叫做 a 的立方根（也叫做三次方根）。如 2 是 8 的立方根， 0 是 0 的立方根。

對於求平方根和立方根，只是要求求某些數，對於較為複雜的，或者難以開平方和開立方的數，可以借助於計算器來完成。

A-1-8 瞭解無理數與實數的概念。

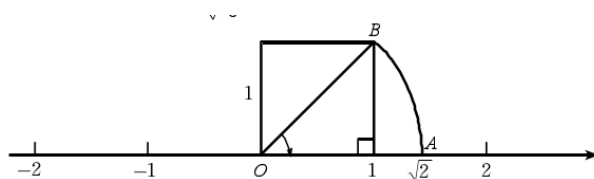
無理數是無限不循環小數，讓學生通過理解如面積為 2 、 5 的正方形的邊長 a 和 b 的值分別約為 $a = 1.414\ 213\ 56\dots$ ， $b = 2.236\ 067\ 978\dots$ 等無理數，體會無理數的概念。

有理數和無理數統稱實數，可以通過舉例讓學生體會。

A-1-9 瞭解實數的相反數和絕對值的意義，瞭解實數與數軸上的點具有一一對應的關係。類比有理數的相關內容，去瞭解實數的相反數和絕對值意義。

對於實數與數軸上點的一一對應，可以通過例子直觀去呈現。如圖 $OA = OB$ ，數軸上點 A 對應的數是什麼？它介於哪兩個整數之間？你能在坐標軸上找到 5

對應的點嗎？



A-1-10 通過具體情境，體會字母表示數的意義。

如 $12x+7y$ 可以表示什麼？如果用 $x(m/s)$ 表示小明跑步的速度，用 $y(m/s)$ 表示他快走的速度，那麼 $12x+7y$ 表示小明跑步 $12s$ 和快走 $7s$ 所經過的路程；如果用 x 和 y 分別表示 12 元一張的電影票和 7 元一張電影票的張數，那麼 $12x+7y$ 就表示 x 張 12 元的電影票和 y 張 7 元電影票的總錢數。

A-1-11 瞭解代數式和代數式的值的概念，會列代數式表示簡單數量關係，會用代入法求代數式的值。

會用代數式表示簡單的數量關係包含兩層含義：一是能將文字語言轉換成代數的語言，如 f 的 11 倍加上 2 有代數式怎麼表示？二是將實際的問題，轉化成數學問題，並用代數式表示。比如現代營養學家用身體指數衡量人體胖瘦程度。這個指數等於人體體重 (kg) 與人體身高 (m) 平方的商。對於成年人來說，身體品質指數在 20~25 之間，體重適中；身體品質指數低於 18，體重過輕；身體品質指數高於 30，體重過重。請用代數式表示身高與體重之間的關係，並判斷你的身體品質指數。

A-1-12 瞭解整數指數冪的意義和基本性質。

明確 $a^0=1(a \neq 0)$ 的合理性。如讓學生觀察下列式子，並填空，發現其中的規律，加深對零指數冪規定合理性的理解。

$$2^4=16, \quad 2^3=8, \quad 2^{(\quad)}=4, \quad 2^{(\quad)}=2$$

$$2^{(\quad)}=1, \quad 2^{(\quad)}=, \quad 2^{(\quad)}=, \quad 2^{(\quad)}=,$$

A-1-13 瞭解整式的概念。

不用記憶概念，而是通過例子去理解，如 ab 、 $ab-4ac^2$ 、 $ab+ac+bc$ 等都是整式。

A-1-14 掌握合併同類項的方法，會去括弧和添括弧，會進行簡單的整式加減運算；掌握單項式的乘法、單項式乘多項式、多項式的乘法法則；掌握單項式除以單項式，多項式除以單項式的法則。

合併同類項是整式運算中最基本的，要讓學生掌握合併同類項的法則，即合併同類項時，把同類項的係數相加，字母和字母的指數不變。如

$3a + 2b - 5a - b = (3a - 5a) + (2b - b) = (3 - 5)a + (2 - 1)b = -2a + b$ ，可見，在進行合併同類項時，用到了乘法分配律，也用到了添括弧。

單項式與單項式相乘的法則：單項式與單項式相乘，把它們的係數相乘、相同字母的冪分別相加，其餘字母連同它的指數不變，作為積的因式。如

$$7x^2y^3z(2xy^2z) = 7 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot z \cdot z \\ = (7 \times 2) \cdot x^{(2+1)} \cdot y^{(3+2)} \cdot z^2 \Rightarrow 14x^3y^5z^2$$

單項式乘多項式的乘法法則：單項式與多項式相乘，就是根據分配律用單項式去乘多項式的每一項，再把所得的積相加。如

$$2ab \cdot (5ab^2 + 3a^2b) = 2ab \cdot 5ab^2 + 2ab \cdot 3a^2b = 10a^2b^3 + 6a^3b^2$$

多項式與多項式相乘的法則：多項式與多項式相乘，先用一個多項式的每一項乘另一個多項式的每一項，再把所得的積相加。如

$$(2x + y)(x - y) = 2x \cdot x - 2x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y = 2x^2 - 2xy + xy - y^2 = 2x^2 - xy - y^2$$

單項式除以單項式法則：單項式相除，把係數、同底數冪分別相除後，作為商的因式；對於只在被除式裡含有的字母，則連同它的指數一起作為商的一個因式。如 $10a^4b^3c^2 \div 5a^3bc = (5 \div 10)a^{4-3}b^{3-1}c^{2-1} = 2ab^2c$

多項式除以單項式法則：多項式除以單項式，先把這個多項式的每一項分別除以單項式，再把所得的商相加。如 $(6ab + 8b) \div 2b = 6ab \div 2b + 8b \div 2b = 3a + 4$

A-1-15 掌握平方差公式與完全平方公式，會用它們進行運算。

乘法公式在運算中經常應用。如求 $53^2 - 52^2$ ，相當一部分學生直接計算。若用平方差公式，減少計算的繁瑣。再如畢氏定理的計算：一條直角邊為 7，斜邊比另一條直角邊多 4，求三角形面積。 $(x+4)^2 - x^2 = 42$ 用平方差公式就是一元一次方程，計算簡單。

A-1-16 會用提公因式的方法進行因式分解，會運用平方差與完全平方公式進行因式分解。

本部分的要求只是用提公因式、公式的方法進行因式分解。如提公因式法分解 $8a^3b^2 - 12ab^3c + ab$ ，用公式法分解 $2x^3 - 8x$ 和 $3ax^2 + 6axy + 3ay^2$ 等式子。

A-1-17 能結合實例瞭解分式的概念；瞭解最簡分式的概念，掌握分式的基本性質；會對分式進行約分、通分。

講分式時，可以類比分數。

A-1-18 掌握分式的乘、除與加、減的運演算法則，能進行簡單的分式運算。

分式的基本性質：分式的分子與分母都乘(或除以)同一個不等於零的整式，

分式的值不變。表示為： $\frac{b}{a} = \frac{b \cdot m}{a \cdot m}$ ， $\frac{b}{a} = \frac{b \div m}{a \div m}$ ($m \neq 0$)。

分式的加減運算比乘除運算複雜，因此，先乘除後加減。

分式的乘除法則：兩個分式相乘，把分子相乘的積作為積的分子，把分母相乘的積作為積的分母；兩個分式相除，把除式的分子和分母顛倒位置後再與被除

式相乘。表示為： $\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{bd}{ac}$ ， $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}$ 。

同分母分式的加減法則：同分母的分式相加減，分母不變，把分子相加減。

表示為： $\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$ 。

異分母的分式相加減，先通分，化為同分母的分式，然後再按同分母分式的

加減法法則進行計算。表示為： $\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} \pm \frac{ad}{ac} = \frac{bc \pm ad}{ac}$ 。

A-1-19 瞭解二次根式、最簡二次根式的概念，掌握二次根式的加、減運演算法則；掌握二次根式的乘、除運演算法則，會將分母中含有一個二次根式的式子進行分母有理化；能進行二次根式簡單的混合運算。

形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$)的式子叫做二次根式。一般地，被開方數不含分母，也不含能開得盡方的因數或因式，這樣的二次根式，叫做最簡二次根式。

二次根式的加減法則：二次根式進行加減運算時，以前學習的實數的運演算法則、運算律仍然適用。當然，如果運算結果中出現某些項，它們各自化簡後的被開方數相同，那麼應當將這些項合併。

二次根式的乘除法則： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)， $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

(二) 教學建議

1. 利用數學活動加強概念形成過程的教學

在數與式的相關概念的教學過程中，應儘量從實際問題出發，注重讓學生經歷探索相關概念形成和表示的過程。概念是由具體到抽象、特殊到一般，經過分析、綜合，去掉非本質特徵，保持本質屬性而形成的。加強概念形成過程的教學

對提高學生的思維水準是很有必要的。如無理數的引入，要讓學生親身經歷活動，感受引入的必要性，初步認識無理數是無限不循環小數這一意義。在教學過程中可多提一些具體的問題，讓學生經歷在給定面積的正方形中確定邊長、利用計算器估計 $\sqrt{2}$ 的大小等活動，旨在引起學生的思考，讓學生從具體的例子中抽象出初步的概念。最後再通過討論和練習來加深對概念的理解，鞏固概念。

2· 通過實例培養學生的符號意識

符號意識的培養是學生進一步學習和理解方程與不等式、函數等數學內容的基礎。鑒於符號具有抽象性，而這種抽象性是妨礙學生感受符號和使用符號的一個重要因素，直接告訴學生去使用符號，反而會使學生不容易理解符號的作用。在教學中，教師可以借助一些具有現實意義的實例，在學生試圖理解和思考現實問題的過程中，逐步引入系統的符號，讓學生認識到符號可以代表一系列的具體的數，並能通過自覺運用符號，使得運算得以簡化。例如在字母表示數的教學中，可以讓學生在有規律的火柴棒拼擺中研究數量的變化，體會用字母表示一個量的方法和意義。

3· 在理解算理的基礎上提升學生的數學運算能力

運算能力是數學的核心素養之一。初中數與式的運算主要包括數的運算與符號運算，這兩種運算有時會疊加在一起，使運算式子變得複雜。教師需要讓學生明白運算時應該以運算律、運演算法則作為運算的依據，並且多步運算具有先後順序，讓學生明白算理，引導學生掌握並尋求簡潔合理的運算途徑來得出正確的運算結果，逐步發展學生的運算能力。在不涉及問題情境的情況下，學生容易誤認為數與式的運算是抽象的、沒有實際意義的。因此，教學中，教師在關注學生運算技能訓練的同時，也可以適當地在設計算式時加入一些有實際意義的情境，使得運算具有目的性和意義，以提高學生的運算能力。

在保證基本的運算技能的同時，還應避免複雜的題型訓練。教學中應該有一些適時適當、分階段、分層次的運算訓練，目的是保證學生在明白每一步算理的基礎上，能準確熟練地進行運算，提高運算能力。在解決實際問題時，鼓勵學生先估算，以發展他們的數感，對於在實際問題或探究規律中出現的複雜運算，應讓學生使用計算器。

4. 在探究式學習中培養學生的代數推理能力

一般來說，推理包括合情推理和演繹推理，在代數運算的過程中，不可避免地包含著這兩種推理。在教學設計上要設計有針對性的運算式子，在教學的過程中，讓學生先明確運算式子中有哪些運算對象，以及涉及哪些運算種類，引導學生合理地運用運算律和運演算法則進行推理，並最終得出正確的運算結果。使得學生能夠完整地經歷從數與式運算的整個推理過程。例如在冪的運算的學習中，教師可以給學生拋出 $a^m \cdot a^n = ?$ 的問題，引導學生根據冪的定義探究這個問題，借助代數推理得出新的結論。

教學中，教師應有意識地培養學生地推理能力，鼓勵學生通過合情合理推理進行大膽推測，利用符號間地運算驗證猜想或解決問題，同時鼓勵學生有條理地表達自己的思考過程。

例如：計算下列各組算式，觀察並歸納它們的共同特點：

$$\begin{array}{ccc} 7 \times 9 = & 11 \times 13 = & 79 \times 81 = \\ 8 \times 8 = & 12 \times 12 = & 80 \times 80 = \end{array}$$

在解決這個問題的過程中，學生的探究活動包括問題的符號表示和依據法則進行符號運算兩個方面。一方面，學生可以觀察各組算式的結果得到一定的猜想，並可以用字母表示為 $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$ ；另一方面，學生可以利用已經學習過的平方差公式得到 $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$ ，這構成了對所得猜想的證明。由此，學生可以體會符號運算對證明猜想的作用，以及代數運算的推理作用。

5. 在知識的聯繫中滲透類比和轉化的數學思想

類比和轉化是兩種重要的數學思想，它們在數與式中均有體現。例如，在學習字母為底的冪的運算性質時類比數的運算方法；實數的相反數、絕對值等概念是完全類比有理數建立起來的；因式分解類比因數分解來理解；分式的基本性質與四則運演算法則等都是通過類比分數實現的。有理數減法向加法的轉化、有理數除法向乘法的轉化則體現了轉化思想。教師要引導學生將以前學習的整數、小數、分數的運算等相關知識與新知聯繫起來，培養學生觀察、比較、分析、歸納、概括的能力，為進一步學習實數、代數式運算和方程求解等知識打下堅實的基礎。

(三) 評價建議

1. 關注學生運用實數運算解決實際問題的能力

對於運用實數運算解決實際問題，不僅要關注結果，還應當關注學生對運算結果實際意義的理解。除此之外，在評價中還應關注學生從現實生活中發現並提出數學問題的能力，關注學生能否嘗試用不同方法尋求問題中的數量關係，並用代數式來表示，能否表達自己解決問題的過程，能否獲得問題的答案，並檢驗、解釋結果的合理性。

例如：在拉麵師傅的手裡，一個麵團被拉開再對折，然後再拉開再對折，如此往復。對折 10 次之後切斷兩端的麵團，會出現多少根麵條呢？

在解決這個問題時，學生需要理解拉麵的過程，認識到麵條根數的變化方式，再利用問題中的資訊確定麵條的數量。在運用乘方知識的同時理解乘方的含義。

2. 關注學生對基本概念和基本技能的掌握和理解

數與式的內容中有很多概念，如無理數、實數、根式、代數式、單項式、多項式、係數、次數等，教學中對這些概念的呈現多從實際背景中抽象而來，更多關注這些概念的形成過程、本質和作用的認識，所以考查學生是否真正理解這些概念，不能單純地看學生能否記憶這些概念的定義，而應注重對概念實質的理解，如可以讓學生根據要求列舉相關概念的異同，應結合具體情境評價學生對這些概念的理解水準。

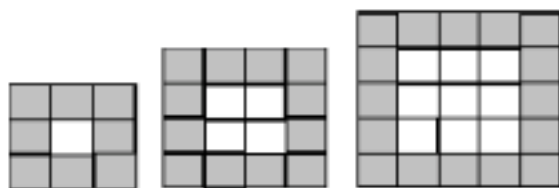
對知識技能的評價應當更多地關注對其本身意義的理解和在新情境中的應用，而不僅僅是記憶和熟練程度。可以安排一些探索規律並運用運算驗證規律的題目，或是一些解決實際問題的題目，以評價學生對運演算法則的理解和應用。在因式分解中，可以讓學生說明每一步思考的理由，特別是所依據的算理。

3. 關注學生用代數式求解問題的求解過程和思維方式

數與式的內容是發展學生符號意識的很好的內容載體之一，能否主動使用符號，利用符號和符號運算解決實際問題是符號意識的表現之一，所以在評價時不僅要關注學生是否會列代數式，而且要關注學生的求解過程和思維方式。如在一個新的情境中，學生能意識到要用字母去表示其中的量，進而表示數量關係，在綜合運用數學知識解決問題，甚至將問題推廣到更一般的情形。

例如：如下圖所示，用相同的黑白兩色正方形地磚拼擺出了有規律的圖形，

則第 n 個圖形需用多少塊黑色地磚？請描述你的思路。



在解決這個問題時，學生需要觀察圖形中的規律，分析如何表示這種變化。在學生寫下自己的答案之後，還要求他們描述自己的思路，這是一種數學交流能力的體現，也考察了他們能否完整清晰地解釋結果的生成過程。

再如，對於問題：如圖 16-1，下面四個圖形被分割成了若干全等的小三角形。

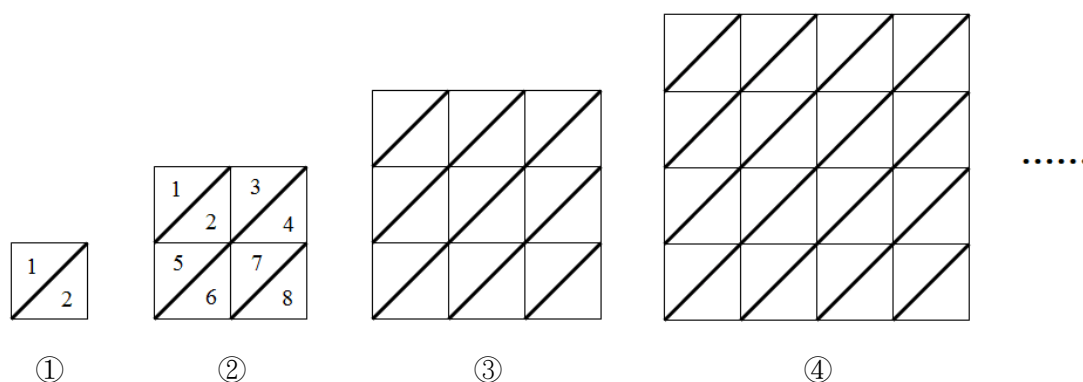


圖 16-1

(1) 觀察上圖的圖形規律，完成下面的表格：

圖形	小三角形的個數
1	2
2	8
3	
4	

(2) 按照上述規律，在第 n 個圖形時圖中小三角形的個數是多少，說明理由。

這個問題考查學生能否根據圖中的規律，找到其中的簡單數量關係，並用字母表示出所發現的規律。第 1 問在於引導學生順利地發現圖中小三角形具體的數量，為第 2 問發現後續圖中小三角形具體的數量的規律作鋪墊。第 2 問學生不只需要表示出抽象的規律，還需要將自己發現規律的過程和在此過程中的想法寫下來。

下麵是某位學生的作答：

(1)

图形	小三角形的个数
①	2
②	8
③	18
④	32

(2)

21

$n = \text{格数} \times 2$

正方形

從中可以發現，學生能夠順利地寫出所給圖中的小三角形數量，但在尋找小三角形抽象的數量規律時，學生沒能進一步運用題幹資訊和第 1 問作答的資訊進行分析，僅寫出了小三角形數量與正方形格子數量之間的關係，發現了部分規律。還可能是學生在對規律所有感知的情況下，不知道如何運用字母來表示這種規律。

因此，教師在評價過程中，應該關注學生用代數式求解問題的求解過程和思維方式，尤其是學生能意識到要用字母去表示其中的量的情況下，能否順利地表示數量關係。

4. 恰當評價學生對代數式運算的掌握程度

對學生進行代數式運算的掌握程度的評價，應避免繁雜的運算，而應關注學生對運算規律的理解及其在解決問題和驗證規律中的應用。在後續方程、函數等內容的學習過程中還可進一步鞏固代數式的運算。在具體的評價過程中可以從瞭解、理解、掌握等多個層次來恰當評價學生的運算能力水準，下麵以因式分解為例加以說明。

瞭解的運算水準指的是學生對數學運算的涵義有感性的初步認識，能在有關的問題中識別它。例如：運用恰當的方法對多項式 $x^2 - 4x + 4$ 進行因式分解。瞭解的運算水準要求學生在解決這個問題時識別該式為完全平方式，並知道如何用公式法把它因式分解。

理解的運算水準指的是學生在對運算的法則、公式運算律等達到理性認識的水準基礎上，通過練習，形成技能。例如：對多項式 $(x+2)(x+3) + \frac{1}{4}$ 進行因式分

解。理解的運算水準要求學生在解決這個問題時能正確理解並熟練運用運演算法則對多項式進行運算，並利用完全平方式對多項式進行因式分解。

掌握的運算水準指的是能夠綜合運用多種運算，並達到靈活變換的程度，可以對同一問題採取不同的運算方案，並迅速準確地判斷出最合理、最簡捷的運算途徑是什麼，從而形成高級階段的運算能力。例如：利用因式分解說明： $25^6 - 5^{10}$ 能被 120 整除。掌握的運算水準要求學生在解決這個問題時綜合運用乘方等冪的運算以及提取公因式對多項式進行因式分解的方法。

A-2 方程與不等式

(一) 目標及內容要求

方程是描述現實世界數量關係的一個有效模型，是數學學習的重要轉捩點——從對“數量”的理解轉向對“關係”的探討。方程的主要學習目標有一元一次方程、分式方程、二元一次方程組、一元二次方程的概念、解法和應用。在掌握等式的基本性質後，通過瞭解一元一次方程及分式方程的概念，能直接利用等式的基本性質解一元一次方程和可以化為一元一次方程的分式方程，同時能用方程刻畫具體問題情境中的等量關係。在此基礎上，進一步瞭解二元一次方程組的相關概念，利用“消元法”將二元一次方程轉化為一元一次方程進行求解。之後繼續學習一元二次方程的相關概念，用配方法、公式法、因式分解法解數位係數的一元二次方程，從而能解決更複雜的實際問題。

不等式是刻畫現實世界中不等關係的一種重要數學模型，是現階段學生學習的重點內容，也是學生後續學習的重要基礎。不等式的主要學習目標有不等式的性質、一元一次不等式（組）的概念、解法和應用。基於對方程的學習，在瞭解不等式的概念並掌握其基本性質後，類比解方程（組）的過程解一元一次不等式（組），並借助數軸求解。通過探索方程與不等式的問題，使學生體會數學模型思想，激發數學學習興趣。

方程與不等式的具體目標要求如下：

A-2-1 掌握等式的基本性質。

等式的基本性質：等式兩邊同時加上（或減去）同一個代數式，所得結果仍是等式；等式兩邊同時乘同一個數（或除以同一個不為 0 的數），所得結果仍是等式。

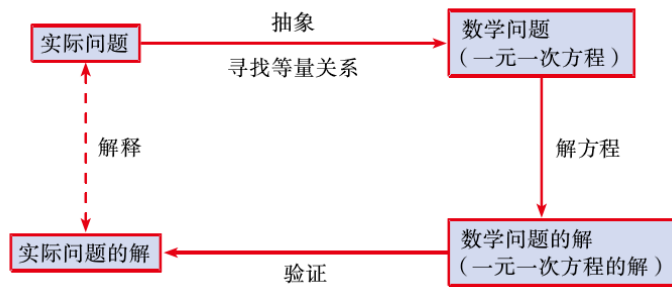
A-2-2 瞭解一元一次方程及其有關的概念。

A-2-3 掌握一元一次方程的一般解法，會解數字係數的一元一次方程。

解一元一次方程，一般要通過去分母、去括弧、移項、合併同類項、未知數的係數化為 1 等步驟，把一個一元一次方程“轉化”成 $x = a$ 的形式。需要注意的是，這裡的方程只限於數位係數的一元一次方程，對於帶字母進行分類討論的方程不在要求之列。

A-2-4 能根據具體問題情境中的等量關係，列出一元一次方程，解決簡單的問題，並能根據具體問題的實際意義，檢驗結果是否合理。

注意體現數學建模的過程。



A-2-5 瞭解分式方程的概念, 掌握可化為一元一次方程的分式方程的解法; 瞭解增根的概念, 會檢驗一個數是不是分式方程的增根。

如分式方程 $\frac{x}{x-2} = 3$, 可以化為 $x = 3(x-2)$ 的一元一次方程。再如在解

$\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} - 2$ 方程時, 方程兩邊都乘 $x-2$, 得 $1-x = 1 - 2(x-2)$, 解這個方程,

得 $x=2$, 經檢驗, $x=2$ 是原方程的增根。

A-2-6 會列出可化為一元一次方程的分式方程解決簡單的應用問題。

A-2-7 瞭解二元一次方程組、三元一次方程組及其解的概念。

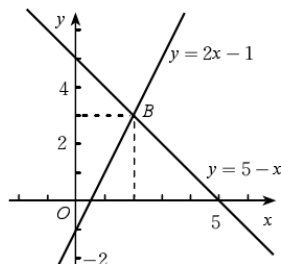
如這樣, 共含有兩個未知數的兩個一次方程所組成的一組方程, 叫做二元一次方程組。二元一次方程組中各個方程的公共解, 叫做這個二元一次方程組的解,

例如 $\begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$ 就是二元一次方程組 $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x-y=8 \end{cases}$ 的解。

A-2-8 掌握代入消元法和加減消元法, 能解二元一次方程組; 瞭解二元一次方程組的圖解法。

代入消元法和加減消元法解二元一次方程組的基本思路是“消元”——把“二元”變為“一元”。

二元一次方程組的圖解法就是畫出 $y = 5 - x$ 和 $y = 2x - 1$ 的圖像, 兩條直線的交點 **B** 的座標就是所求的方程組的解。圖解法可以使學生體會到二元一次方程組和一次函數之間的關係。



A-2-9 能根據具體問題中的數量關係, 列出二元一次方程組並求解; 能根據具體問題的實際意義, 檢驗結果是否合理。

A-2-10 瞭解一元二次方程的概念。

A-2-11 會用配方法、公式法、因式分解法解數字係數的一元二次方程；會用圖像法求一元二次方程的近似解。

解一元二次方程所使用的方法是配方法、公式法和因式分解法，而限定在數字係數的一元二次方程。

A-2-12 能夠根據實際問題列出一元二次方程並進行求解；能根據具體問題的實際意義，檢驗結果是否合理。

如幼稚園的一間活動教室長為 8m，寬為 5m。想在教室正中間鋪設一塊面積為 18m^2 的地毯，並且地毯四周與牆底邊留下的寬度相等，求這個寬度是多少米。



設所求的寬度為 x 米，根據題意，可得：

$$2 \times 5x + 2 \times 8x - 4x^2 = 5 \times 8 - 18$$

$$10x + 16x - 4x^2 = 22$$

化簡，得 $2x^2 - 13x + 11 = 0$

解得： $x_1 = \frac{11}{2}$ (不合題意，舍去)， $x_2 = 1$

所以，這個寬度是 1 米

A-2-13 瞭解不等式的概念，掌握不等式的基本性質。

數量之間除了有相等關係外，還有大小不等的關係。對於不等式的概念學習，可以結合等式的有關知識類比進行。對於不等式基本性質，採用歸納、類比的方式。類比等式的基本性質，讓學生探索歸納出不等式的基本性質。

不等式基本性質 1：不等式的兩邊都加上(或減去)同一個數或同一個整式，不等號的方向不變。即如果 $a > b$ ，那麼 $a + c > b + c$ ($a - c > b - c$) (c 是數或整式)；

不等式基本性質 2：不等式兩邊都乘以(或除以)同一個正數，不等號的方向不變。即如果 $a > b$ ，若 $c > 0$ ，則 $ac > bc$ ($\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$)；

不等式基本性質 3：不等式兩邊都乘以(或除以)同一個負數，不等號的方向

改變。即如果 $a > b$ ，若 $c < 0$ ，則 $ac < bc$ ($\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$)。

A-2-14 能解簡單的一元一次不等式，會在數軸上表示出解集。

解一元一次不等式，利用不等式的性質，類比解方程的過程進行，如解不等式 $2 + 5x > 12$ 可以類比解方程 $2 + 5x = 12$ 的過程。

解下列方程

$$2 + 5x = 12$$

$$5x = 12 - 2 \text{ ---- 等式基本性質 1}$$

$$5x = 10 \text{ ----- 合併同類項}$$

$$x = 2 \text{ ---- 等式基本性質 2}$$

解下列不等式

$$2 + 5x > 12$$

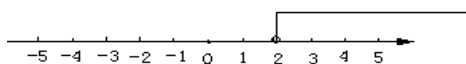
$$5x > 12 - 2 \text{ ---- 等式基本性質 1}$$

$$5x > 10 \text{ ----- 合併同類項}$$

$$x > 2 \text{ ----- 不等式基本性質 2}$$

這樣可以加強新舊知識的聯繫，鞏固對一元一次不等式解的認識。

要明白不等式的解在數軸上表示。如上例在數軸上的表示為：



A-2-15 瞭解一元一次不等式組（聯立一元一次不等式）及其解集的概念，會借助數軸求不等式組的解。

類比二元一次方程組的定義，關於同一未知數的幾個一元一次不等式合在一起，就組成一個一元一次不等式組。一元一次不等式組中各個不等式的解集的公共部分，叫做這個一元一次不等式組的解集。比如

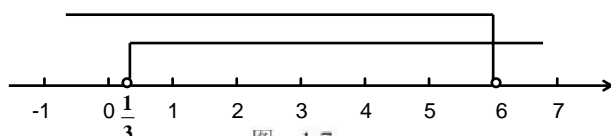
解不等式組

$$\begin{cases} 2x - 1 > -x, & \text{①} \\ \frac{1}{2}x < 3, & \text{②} \end{cases}$$

解：解不等式①得， $x > \frac{1}{3}$ ，

解不等式②得， $x < 6$ 。

在同一條數軸上表示不等式①②的解集，如圖



因此，原不等式組的解集為 $\frac{1}{3} < x < 6$

(二) 教學建議

1. 在運算的全過程中發展學生的運算能力

運算能力的培養是一個長期的過程，在方程與不等式的教學過程中，教師更應讓學生重視運算，且養成對運算反思的習慣。這不僅是對運算結果、過程的反思，也是對運算使用的策略進行反思。如在解方程中，學生可以通過將運算結果代回方程進行檢驗，並反思其運算過程；也可以針對實際問題，反思自己發現數量關係的策略。因而，需要強調的是，在教學過程中，教師應避免過多地求解沒有現實背景方程，單純地進行形式化的訓練，而應將運算能力的培養寓於實際應用問題的解決過程中，綜合培養學生的運算能力。另外，練習和作業中運算的難度應控制在與教科書相當的水準上，不易過難過繁，如對一般學生不應要求求解字母係數的一元一次方程。

$$\text{例如：解方程組} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + 4 = 2 \end{cases}$$

教師應從學生解答步驟中發現其存在的問題，主要的錯誤原因包括不會用消元法進行轉化、未掌握解一元一次方程的方法、運用等式基本性質時出現錯誤。

2. 通過消元法的學習實現化歸思想的滲透

化歸是一種重要的數學思想，在方程部分反映化歸思想的內容尤為廣泛。解分式方程的關鍵是將其轉化為整式方程。解二元一次方程組的基本方法——代入消元法和加減消元法的本質是消元，即把“二元”轉化為“一元”。教師應引導學生比較這兩種方法的差別與聯繫，體會“消元”的本質，而不能過於強調“代入”和“加減”這兩種具體技巧。解一元二次方程的配方法是把方程轉化為 $(x+a)^2 = b$ 的形式；公式法直接利用公式把方程中的“未知”轉化為“已知”；分解因式法通過“降次”，把一元二次方程轉化為兩個一元一次方程。除此，化歸思想在未來學習多元函數的條件最值等知識中也具有廣泛應用。此教師在教學過程中要有意識地突出體現化歸思想，為以後的學習打下基礎。

3. 通過知識的比較提高學生的知識遷移能力

基於學生已有知識的教學才是有效的，方程與不等式之間有密切的聯繫，在不等式的教學過程中，教師應充分發揮正向遷移的積極作用，借助學生對方

程的認識，著重類比等式，使學生體會從相等到不等的遷移過程，並發現不等式與方程的異同。學習進程中要有意識地建立兩者的聯繫，從而使學生從整體上把握知識。

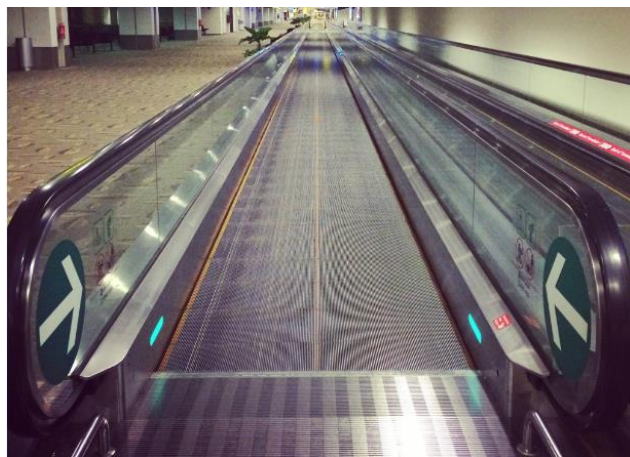
例如：求解（1） $2x-5=0$ （2） $2x-5>0$ （3） $5x+2>8x+6$

教師可以通過類似由淺入深的練習，使學生類比等式，體會從等式到不等式的遷移。

4· 設置豐富的問題情境說明學生建立模型思想

方程與不等式是刻畫現實世界中數量關係的有效數學模型，因而方程與不等式的教學應關注方程與不等式的建模過程，培養學生的模型思想。為了達到這個目的，在教學過程中，教師應基於學生自身的認知水準和生活經歷，從自然、社會和其他學科中選取學生熟悉的素材創設更為豐富、貼近實際的問題情境，鼓勵學生獨立思考其中的數量關係，恰當設立未知數，並用含未知數的整式或分式表示有關量，再根據數量關係列出方程或不等式，從而說明學生建立模型思想，同時也提高學生發現和提出問題、分析和解決問題的能力。值得注意的是，教師不宜人為地對問題進行分類（如行程問題、生產問題等），讓學生套題型，而應讓學生自主地選擇方法進行作答。

例如：如圖所示為機場自動人行道，甲、乙同時踏上並分別以 1m/s 和 0.8m/s 的速度行走。一段時間後，甲走到了 40m 處，乙走到了 35m 處，求自動人行道的運行速度。



教師要善於從生活中發現可以設置為問題的情境，激發學生興趣，自主建立模型來解決問題，培養學生的建模能力。

（三）評價建議

1· 恰當評價學生解方程與不等式的能力

教師在進行評價時，不能單純通過加大運算量來考查學生解方程與不等式

的速度和數量，應注重考查學生在解決實際問題的過程中能否正確地建立方程或不等式，以及能否根據方程與不等式的特徵選擇合適的方法進行求解，從而發現學生的思維是否具有多樣性和靈活性。在方程與不等式的解法中，不需要記憶具體的步驟，而是要關注學生能否理解其中的化歸思想，將方程逐步轉化為 $x = a$ 的形式，將不等式逐步變形為 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式。化歸思想是貫穿方程與不等式學習的重要思想，教師應關注學生是否能清晰認識解方程與不等式的本質。

例如：小藝和小丞解同一個方程組 $\begin{cases} ax + 5y = 15 & \text{①} \\ 4x - by = -1 & \text{②} \end{cases}$ 。急性子的小藝把

方程①中的 a 看錯了，得到了方程組的解為 $\begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$ ，而馬虎的小丞把方程②中

的 b 看錯了，得到方程組的解 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ ，你能根據他們兩個的計算結果求出原方程

組的解是多少嗎？

教師可以通過這道題檢測學生是否理解方程的解的含義，是否掌握瞭解方程的方法。

2· 利用過程性評價促進學生的主動探究

在方程與不等式的學習中，學生將用較多的時間經歷模型化和知識的形成與應用過程。教師應關注學生在學習過程中的表現，如能否積極地參與各種活動；能否從不同角度、採用多種策略，獨立地進行思考；能否用數學語言表達自己的想法；能否聽取他人的意見和建議，並反思自己的思維過程等，而不能局限於關注學生列方程、解方程是否正確。同時關注學生在相應活動中表現出來的思維水準和理解程度是否有所發展，及時給予鼓勵。

例如：小明去離家 3 千米的電影院看電影，若以正常速度勻速行走，剛好能在放映時到電影院。小明以正常速度勻速走 20 分鐘後，碰到一個同學，聊了 10 分鐘，之後把速度提高了 0.2 倍，最後準時到達電影院，求小明的正常速度。

在學生解答此題過程中，教師可關注學生是否能畫出幫助理解題意的線段圖，以此來對學生進行評價。

3· 關注學生運用模型思想解決實際問題的能力

本部分的教學中，要以方程與不等式為載體，進一步發展學生的模型思想，讓學生體會問題解決是學習方程與不等式的一個關鍵目標。評價時要關注學生

對方程與不等式作為數學模型的認識，關注學生能否自覺運用模型思想來分析問題、解決問題，能否掌握用數學模型表示和解決實際問題的步驟。具體來說，要關注學生能否從現實生活中發現並提出數學問題，能否嘗試用不同方法找到實際問題中的各種數量關係，並用方程和不等式表示。

例如：某工廠計畫生產 A、B 兩種產品共 10 件，其生產成本和利潤如下表。

	A 種產品	B 種產品
成本（萬元/件）	2	5
利潤（萬元/件）	1	3

(1)若工廠計畫獲利 14 萬元，問 A、B 兩種產品應分別生產多少件？

(2)若工廠計畫投入資金不多於 44 萬元，且獲利多於 14 萬元，問工廠有哪幾種生產方案？

(3)在(2)的條件下，哪種生產方案獲利最大？並求出最大利潤。

教師通過讓學生解答類似的綜合性題目，可以提高學生解方程與不等式的能力。

例如：一所大學有 5 個大餐廳和 2 個小餐廳。若同時開放 1 個大餐廳、2 個小餐廳，可供 1680 名學生就餐；若同時開放 2 個大餐廳、1 個小餐廳，可供 2280 名學生就餐。若 7 個餐廳同時開放，能否供全校 5000 名學生就餐？

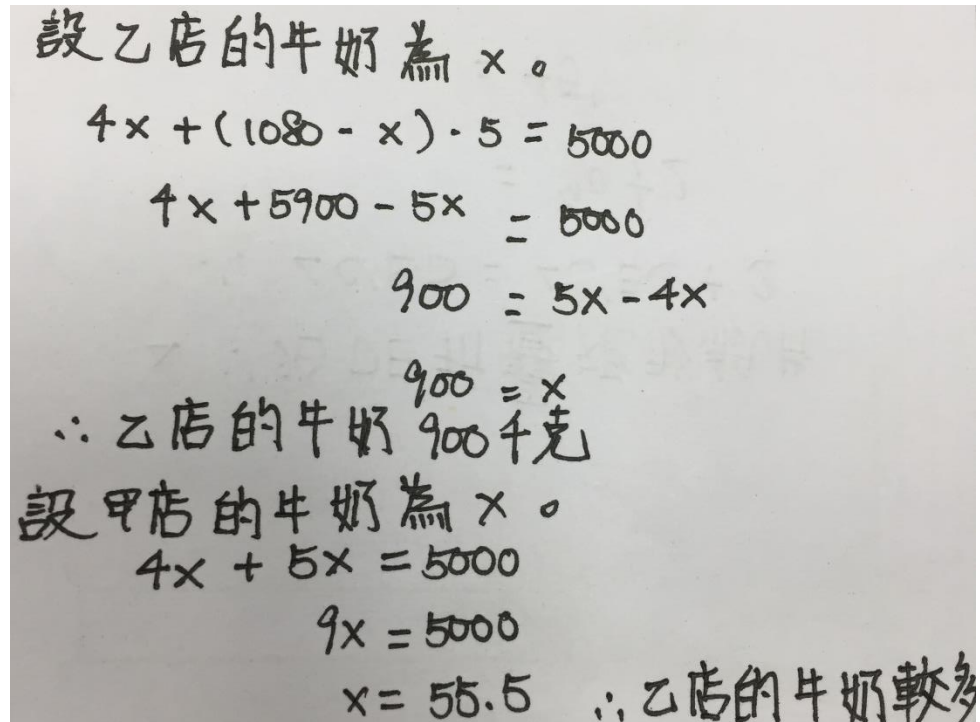
在此類問題中，學生需要將問題情境中的納稅方式轉化為二元一次方程組或一元一次方程，得到每個餐廳的容量之後解決問題。這種轉化即為數學抽象的過程，其中蘊含了符號化、模型化的思想。同時，教師還可以引導學生基於此情境提出新的問題，提升學生的發現問題、提出問題能力。

再如，對於問題：牛奶廠每天向零售店供應牛奶和乳酪，牛奶的價格為 4 元/千克，乳酪的價格為 5 元/千克。每次發貨的總價為 5000 元。若牛奶廠向兩個商店均配送價值 5000 元的牛奶和乳酪，其中，甲店兩種產品的重量一樣，乙店兩種產品的重量和為 1080 千克。請計算哪個商店收到的牛奶更多？

該題目考查了學生是否能從具體情境中獲取資訊，進而根據自己從實際情境中發現的數量關係列出方程（組）並解答。例如題目中給出的資訊中可以獲知牛奶和乳酪的單價，向零售店發貨的總價以及甲乙零售店收到的牛奶和乳酪的重量關係。目標其實是要學生回答零售店中牛奶和乳酪的重量具體是多少，

再將二者進行比較。

學生在作答的過程中，會出現如下情況，如下圖所示：



設乙店的牛奶為 x 。

$$4x + (1080 - x) \cdot 5 = 5000$$
$$4x + 5900 - 5x = 5000$$
$$900 = 5x - 4x$$
$$900 = x$$

∴ 乙店的牛奶 900 千克

設甲店的牛奶為 x 。

$$4x + 5x = 5000$$
$$9x = 5000$$
$$x = 55.5$$

∴ 乙店的牛奶較多

這份學生作答示例反映出學生能夠從具體的問題情境中獲取有價值的資訊，也會運用已知的資訊列出一元一次方程，但從解答過程可以看出，學生在解一元一次方程的過程中，學生知道需要先去括弧，但在去括弧的過程中出現了計算錯誤，使得結果也隨之發生錯誤。此外在列出有關甲店中牛奶和乳酪重量的方程時，儘管從方程本身來看，學生順利列出方程，但該方程中未知數的含義與學生所假設的未知量並不一致，此外在解方程的過程中，該學生同樣發生了計算錯誤。這表明學生對於所列方程的含義並不完全理解，且解方程的能力還有待進一步提高。

上述例子表明，學生在運用方程模型的思想解決實際問題的過程中，會出現的對方程的含義理解不透徹的現象，導致對所列方程的實際意義的理解也變得模糊，不能很好地反映實際問題中的等量關係。因此，我們既要關注學生能否自覺運用模型思想來分析問題、解決問題，也要關注學生運用數學模型表示和解決實際問題的步驟掌握情況。

A-3 函數

(一) 目標及內容要求

函數是研究現實世界變化規律的一個重要模型，是初等數學與近、現代數學的分水嶺。函數是初中“數與代數”部分的核心內容和重要主線，是對代數式的進一步抽象，是將方程關係、不等關係融為一體的重要載體。因此，函數部分也必將是初中學生數學學習的難點。函數部分的主要內容有函數概念，一次函數、反比例函數和二次函數的概念、性質與具體應用。

函數的具體目標要求如下：

A-3-1 瞭解常量、變數的意義。

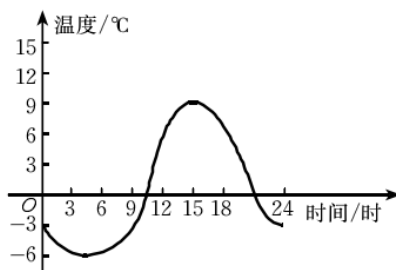
函數是研究現實世界變化規律的一個重要模型。函數概念是“函數”部分的基石，是常量數學到變數數學的轉捩點，隱含變化與對應思想。瞭解常量和變數的意義時，要結合具體的例子進行。如“某學習小組利用同一塊木板，測量了小車從不同高度下滑的時間，得到如下資料：

支撐物高度/cm	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
小車下滑時間/s	4.23	3.00	2.45	2.13	1.89	1.71	1.59	1.50	1.41	1.35

在表中，支撐物高度 h 和小車下滑時間 t 都在變化，它們都是變數。其中 t 隨 h 的變化而變化， h 是引數， t 是因變數。在這一變化過程中，小車下滑的距離(木板長度)一直沒有變化。像這種在變化過程中數值始終不變的量叫做常量。

A-3-2 理解引數的取值範圍和函數值的意義，並會求簡單的引數的取值範圍和函數值。

初中階段，引數的取值範圍要結合具體情境和實例來分析，與高中的定義域分析區別開來。比如下列題中分別有幾個變數？你能將其中某個變數看成另一個變數的函數嗎？若能請指出引數的取值範圍。



北京某日温度变化图

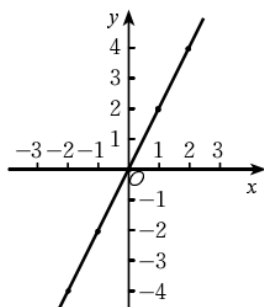
本例中，一天的引數的取值範圍為從 0 時到 24 時，對應的函數值可以從圖像上得出。

A-3-3 瞭解函數的概念及其三種標記法，能舉出函數的實例。

表示函數的方法一般有：列表法、關係式法和圖像法。如某勻速運動的動物，平均速度為 $2m/h$ ，設運動的時間為 x ，路程為 y ，那麼 y 和 x 的函數關係式為： $y = 2x$ ，列表表示：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-2	0	2	4	...

圖像表示：



A-3-4 會用描點法畫出函數的圖像。

這裡描點法畫出的函數圖像是指初中所學到的正比例函數、一次函數、反比例函數和二次函數。而且描點作圖對於正比例函數、一次函數比較簡單，但是對於反比例函數和二次函數，有一定的難度。課程安排由簡單到複雜的順序，體現了學生畫圖水準是一個螺旋上升的過程。

A-3-5 瞭解正比例函數、一次函數的概念，能夠根據問題中的條件確定正比例函數、一次函數的運算式。

若兩個變數 x 、 y 間的對應關係可以表示成 $y = kx + b$ (k 、 b 為常數， $k \neq 0$) 的形式，則稱 y 是 x 的一次函數 (x 為引數， y 為因變數)。特別地，當 $b = 0$ 時，稱 y 是 x 的正比例函數。在理解正比例函數和一次函數概念時，結合具體的例子概括；確定一次函數的運算式時，主要通過解二元一次方程組來求得 k 和 b 值。

A-3-6 理解正比例函數、一次函數的性質，會畫出它們的圖像，根據圖像指出函數值隨引數的變化情況。

一次函數 $y = kx + b$ 的圖像是一條直線，因此畫一次函數圖像時，只要確定兩個點，再過這兩點畫直線就可以了。一次函數 $y = kx + b$ 的圖像也稱為直線 $y = kx + b$ 。

正比例函數的性質：在正比例函數 $y = kx$ 中，當 $k > 0$ 時， y 的值隨著 x 值的增大而增大；當 $k < 0$ 時， y 的值隨著 x 值的增大而減小。

一次函數的性質：一次函數 $y = kx + b$ 的圖像經過點 $(0, b)$ 。當 $k > 0$ 時， y 的值隨著 x 值的增大而增大；當 $k < 0$ 時， y 的值隨著 x 值的增大而減小。

對於性質的理解，不要去死記硬背，而是結合具體實例來分析，並通過圖像加深對性質的認識。

A-3-7 會利用待定係數法確定一次函數運算式。

先設出函數運算式，再根據所給條件確定運算式中未知的係數，從而得到函數運算式的方法，叫做待定係數法。

對於用待定係數法求一次函數運算式，可以先設 $y = kx + b$ 中的 k 和 b ，根據所給的條件，列出一個關於 k 和 b 的二元一次方程組，通過解這個方程組，求得 k 和 b 的值。如某長途汽車客運站規定，乘客可以免費攜帶一定品質的行李，但超過該品質則需購買行李票，且行李費 y (元) 是行李品質 x (kg) 的一次函數。現知李明帶了 60 kg 的行李，交了行李費 5 元；張華帶了 90 kg 的行李，交了行李費 10 元。寫出 y 與 x 之間的函數運算式。

解：設 $y = kx + b$ ，根據題意，可得方程組：

$$\begin{cases} 5 = 60k + b, & \text{①} \\ 10 = 90k + b, & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} - \text{①}, \text{得 } 30k = 5, \quad k = \frac{1}{6},$$

將 $k = \frac{1}{6}$ 代入 ①，得 $b = -5$ 。

$$\text{所以 } y = \frac{1}{6}x - 5。$$

A-3-8 能利用一次函數解決實際問題。

A-3-9 瞭解反比例函數的概念，能夠根據問題中的條件確定反比例函數的解析式。

對於反比例函數的形式化定義，可以讓學生結合實例去理解。如電流和電阻、速度和時間等。

反函數的概念：一般地，如果兩個變數 x 、 y 之間的對應關係可以表示成 $y = \frac{k}{x}$ (k 為常數， $k \neq 0$) 的形式，那麼稱 y 是 x 的反比例函數。反比例函數的引數 x 不能為零。

A-3-10 理解反比例函數的性質，會畫出它的圖像，以及根據圖像指出函數值隨引數的變化

情況。

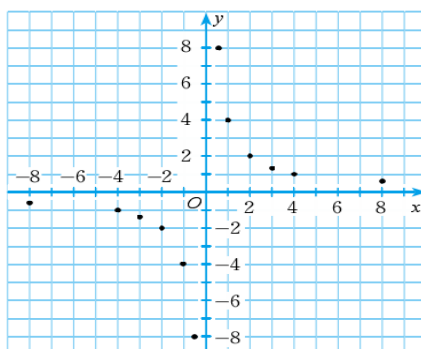
反比例函數的圖像是曲線，學生第一次接觸曲線的畫法，應先讓學生展開討論，讓他們畫出自己的反比例函數圖，並進行交流、比較，形成認知衝突，加深對於該部分內容的理解。然後教師再展示正規的畫圖過程。比如畫反比例函數

$$y = \frac{4}{x}$$

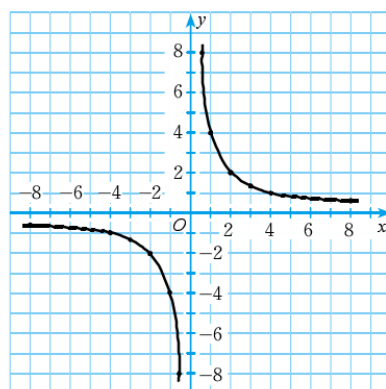
(1)列表

x	-8	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	8
$y = \frac{4}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	-8	8	4	2	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{1}{2}$

(2)描點



(3) 用光滑的曲線順次連接各點，即可得到反比例函數 $y = \frac{4}{x}$ 的圖像。



需要特別說明的是，在畫反比例函數圖像時，教師應結合幾何畫板設計“反比例函數探索工具”。可以讓學生親自動手操作，通過拖動、測量等，讓學生真正理解的基礎上，歸納和抽象出反比例函數的圖像與性質(圖 1-圖 3)。

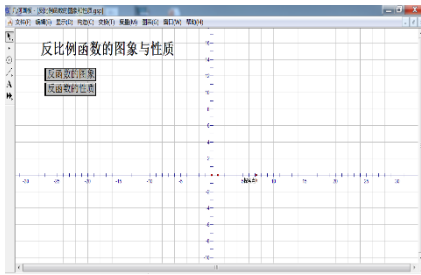


圖 1 反比例函數的圖像與性質探索工具

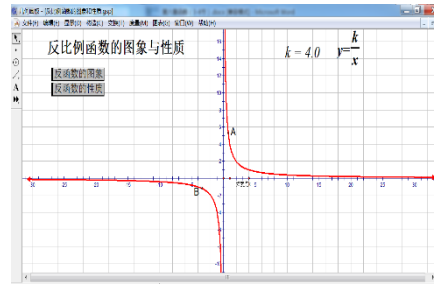


圖 2 反比例函數圖像的探索

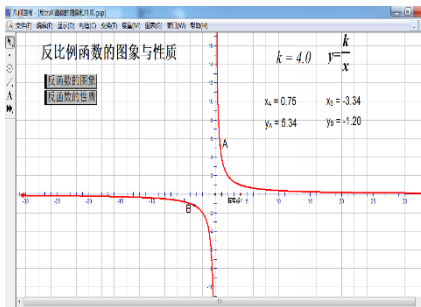


圖 3 反比例函數圖像性質的探索

x_A	y_A
0.81	4.95
0.95	4.18
1.48	2.70
2.45	1.63
3.20	1.25
3.20	1.25

圖 4 “點 A” 座標值變化表

圖 1 是反比例函數的圖像與性質探索工具的總介面。首先，點擊“反比例函數的圖像”按鈕，到達圖 2 介面。學生通過操作“探索點 k ”，可以直觀觀察 k 的大小（正負），以及對反比例函數 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 圖像的影響；然後，點擊“反比例函數的性質”按鈕，到達圖 3 介面，學生分別通過操作“點 A”和“點 B”，可以直觀它們的座標值的變化，並分別觀察“右支”和“左支”的增減趨勢。另外，學生還可以通過功能表“圖表”下的“製表”功能選項，創建關於“點 A”和“點 B”的座標值變化表（圖 4），進行更為詳細、精確和深入的操作、觀察、猜想和驗證等數學活動。

A-3-11 能利用反比例函數解決實際問題。

A-3-12 瞭解二次函數的概念，理解二次函數的性質，會用描點法畫出二次函數的圖像；會用待定係數法確定二次函數的解析式。

類似於學習畫反比例函數的圖像，先讓學生思考，自己畫出二次函數的圖像，並進行展示、交流。最後教師再展示畫圖的過程：清單、描點、用光滑的曲線連接。

A-3-13 會用公式確定二次函數的頂點和對稱軸，會用配方法確定二次函數的頂點和對稱軸。

將二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的右邊配方，得

$$\begin{aligned}
y &= ax^2 + bx + c \\
&= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c \\
&= a \left[x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] + c \\
&= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}.
\end{aligned}$$

因此，二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 圖像的對稱軸是直線 $x = -\frac{b}{2a}$ ，頂

點座標是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ 。

A-3-14 會用二次函數解決簡單的實際問題。

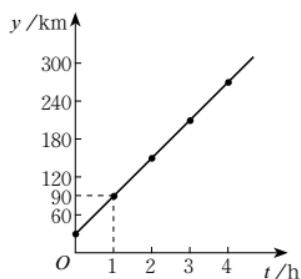
二次函數的圖形（拋物線），是人們在日常生活中比較常見的曲線之一，是人們解決實際生活和數學內部某些單變數優化問題的一種重要模型。通過讓學生用二次函數解決簡單的實際問題，體會二次函數中的優化思想，同時也有助於學生體會數學的建模過程。如：某工廠為了存放材料，需要圍一個周長 40 米的矩形場地，問矩形的長和寬各取多少米，才能使存放場地的面積最大？

（二）教學建議

1. 在實際問題的探究中提升學生問題解決能力

一次函數、二次函數和反比例函數都是生活中常見的數學模型，教學中要設計具有現實生活背景的問題，力求讓學生體會數學的廣泛應用。教學中，老師應該結合學生的生活實際和認知狀況，選擇更為貼近學生生活實際和認知水準的教學素材，引導學生採用所學知識解決問題，並從實際問題來更好地理解數學內容，促進學生數學應用意識的發展和認知結構的建構。

例如：某汽車離開城市的距離 y (km) 與行駛時間 t (h) 之間的關係式為 $y = kt + 30$ ，圖像如圖所示：



- (1) 在 1h 至 3h 之間，汽車的行駛路程是多少？
- (2) 請確定 k 的取值。
- (3) k 的具體含義是什麼？

這個題目與生活的聯繫十分緊密，涉及到的是常見的汽車行駛路程與時間的關係，同時與知識點一次函數聯繫緊密。在解答第一問的時候，求解 1h 到 3h 汽車的行駛路程，對應的就是變數 y 在 $x=1h$ 到 $x=3h$ 的變化量；求解 k 的意義，就是路程關於時間的變化率，即速度。這道題可以作為老師講解一次函數與生活實例相結合的典例，充分展示了一次函數在生活中的應用。

2. 在多樣化的表示方式中體會數形結合的方法

函數的標記法是多樣的，包括列表、運算式、圖像等多種方式，不同的表示方法均可以體現數量關係，數與形的結合使得這種關係更直觀、更形象。教師要引導學生體會不同表示方式的異同，感受數與形的互補作用，利用兩者的轉化來分析問題、解決問題。

例如，討論二次函數圖像的對稱軸和頂點座標時，可以引導學生進行圖像和圖像之間的比較、運算式和運算式之間的比較，建立圖像和運算式之間的聯繫，以達到學生對二次函數圖像的對稱軸和頂點座標之間的理解。

以下題為例：

將二次函數 $y = x^2 - 2x + 1$ 的圖像向上平移 2 個單位，再向左平移 3 個單位，得到拋物線 $y = x^2 + bx + c$ ，求 b, c 的值。

這道題將函數運算式和圖像平移變換直接聯繫在一起，幫助學生尋找二次函數的上下平移、左右平移與運算式的參數變化之間的對應規律，便於更加直觀地理解二次函數運算式。

3. 從運動變化的角度理解函數概念

學生對函數的認識有一定難度，對一次函數、二次函數、反比例函數等簡單的初等函數，首先要感受到其中蘊含的運動變化思想，其次才是對函數的性質的

研究。函數是研究運動變化的現象的數學模型，現實生活中很多問題中的各種變數是存在相互聯繫的，這種內在的變化規律表現為變數之間的對應關係，刻畫這種規律的模型就是函數。教學中應有意識地滲透函數觀念，使學生從具體到抽象地理解函數的本質。

4· 鼓勵學生使用數學工具研究函數問題

在利用函數解決一些有實際背景的問題時，可能會涉及較為繁瑣的運算，教學時應該鼓勵學生使用計算器進行運算。

(三) 評價建議

1· 關注學生在教學活動中表現出來的思維水準

教師需要對學生在教學過程中是否能夠有效地參與到活動中來，是否樂於跟其他同學進行交流與合作，並在活動中進行多角度的思考，表現出良好的分析、推理和表達能力等進行評價，並對學生提出的有價值的想法給予肯定和鼓勵。如在解決函數問題的時候，學生選用的方法可以多樣化，可以通過代數的方法求出函數的運算式來解決問題，也可以利用函數的圖像來解決問題，還可以通過已有函數的平移等方法去解決問題，並觀察學生是否思路清晰，表達到位等。

2· 關注學生可否將函數的運算式與函數圖像聯繫起來思考問題

教師應該關注學生是否理解函數運算式與函數圖像之間的聯繫，是否能夠把圖像中的一些關鍵資訊跟函數運算式的特徵聯繫起來。

如是否理解二次函數 $y = x^2$ 與 $y = x^2 + 2$ 有什麼關係，它們各自的頂點、對稱軸有什麼聯繫等等。

3· 關注學生能否運用函數解決實際問題

在實際背景中用數學模型表示和解決問題是本部分教學的基本要求之一。學生需要借助各種工具對現實問題進行建模，發現和分析問題中變數之間的關係，建立函數模型，並分析模型的實際意義，檢驗模型的合理性。在評價過程中，既可以用實際的問題去考察學生是否能夠把問題轉化為函數問題，從而利用函數的知識去解決，也可以要求學生自己舉例，並用函數的知識和觀點來闡述自己所舉實例的理解。

例如，可以要求學生尋找有關二次函數的現實背景，並在實際背景中求出相應的二次函數運算式，畫出圖像，並解釋二次函數的實際意義。

(四) 典型案例

案例一

 粵華中學					
課題	人肉坐標圖 (人體坐標圖)	備課時間	2016年4月12 日	教師姓名	方杏華、周駿業、何沛佳、 Noble
課型	總結課題	上課時間	2016年5月25 日	課時	40分鐘
學生已有知識		知道如何描繪一次函數和二次函數的圖像			
教學目標	知識與技能	能說出正比例函數、一次函數和二次函數的性質，並以自己的位置排位顯示函數圖像			
	過程與方法	知道函數的值有一定規律			
	情感態度與價值觀	<ol style="list-style-type: none"> 1. 欣賞函數圖像的美 2. 發揮互助的團隊精神，從而造到各取所長的效能 			
教學重點	綜合所學的正比例函數、一次函數和二次函數所學得的各種性質，然後以動態的形式顯示出來。				
教學難點	因為這是數學月活動的其中一個活動，是開放式的歡迎全校學生組隊參加，所以對於低年班學生來說有點難				
該課節相對應的基本學歷要求	編號	相對應的文字表述			
	A-3-1	瞭解常量、變量的意義			
	A-3-4	會用描點法畫出函數的圖像			
	A-3-6	理解正比例函數，一次函數的性質，會畫出它們的圖像，根據圖像指出函數值隨自變量的變化情況			
	A-3-12	瞭解二次函數的概念，會用描點法畫出二次函數的圖像			
教科書	<ol style="list-style-type: none"> 1. 數學八年級下 (人民教育出版社) 2. 代數第三冊 (人民教育出版社) 		教具	問卷工作紙、課本、電腦	

教學過程	創設情境導入新課	<ol style="list-style-type: none"> 1. 老師們先準備好紙咭，上面印有不同的正比例函數、一次函數、二次函數的表列，並已註明各個函數的自變量，學生祇需求出函數的值 2. 老師到操場上以白色的膠帶貼出坐標軸，並附上刻度
	合作交流探究新知	<ol style="list-style-type: none"> 1. 同學們以班代表的形式參加競賽，每個班派出六名代表 2. 開始時同一班的代表要在「明我樓」食物部前地集合，其中一人從老師手上抽出題目，各人要一起把答案算出來並填在表上，之後再由一位同學把答案送到「千禧館」前地，在場老師會覆核一下其答案，若是對的，老師便會讓他站上前，由他示意在食物部前地的同學怎樣把函數的圖像以他們的位置描繪出來；若老師發現他們的答案有錯，便會要求該位同學再返回原地，各同學一起重新計算一次答案，然後重覆上述過程 3. 由一開始他們抽題目老師們便開始計時，直至他們成功描出函數的圖像，並一起舉手示意，在場計時老師才會停止計時，我們要找出最短時間內能正確地完成競賽的班級，選出他們做年度「人肉坐標皇」
	靈活應用、提高能力	<p>這個活動不僅是單純是數學計算的問題，還要綜合他們的各方面能力的。因為他們要安排一位跑得較快的同學負責運送答案，而這位同學到底要沿哪一條路去跑會較快呢？也是一個考量。有的學生會沿著樓梯跑上「千禧館」前地，有的會跑到「明我樓」乘坐升降機，但事實上，各個班代表中，以跑樓梯的班級會更快把答案送到目的地，因為他們會少了一些人為的限制，例如等候時間</p>
教學反思	<ol style="list-style-type: none"> 1. 這是一個很能令學生投入的數學活動，因為我們是一所男校，學生大多活潑開朗，不能祇以課本操練來滿足他們對學習的要求 2. 在分工上，我看到初三丙班的分配得很乎合我們一早的預算，因為他們班代表中有一位同學的數學運算能力較弱，但同學也邀請他一起組隊比賽，我當時問他們怕不怕會因為這樣贏不了，他們笑笑的說沒所謂，祇想和那位同學一起去玩一次，而且他跑得很快呢！結果不負所望，他們拿了季軍，其餘的冠軍及亞軍也是由高中隊伍取得呢！ 3. 在找出各函數的值時我們預先訂好自變量，學生祇需填上答案便成，這是較低層次的做法，未能完全考核學生是否真的對函數的性質很瞭解，所以建議下一次再做這個活動時初三級或以上的班級的要把其表上的自變量隱去，在找出二次函數的值時學生要先找出其頂點；在找出正比例函數及一次函數的值時，學生要先找出兩個函數圖像的交點，因為兩點可連成一直線，所以仍然由五位同學一起描出該兩函數圖像，當然上述的兩個改動中，其餘四個點的橫坐標要符合老師在操場上貼出的數量範圍，這樣做，不僅增加對學生函數的解題能力要求，同時會令過程變得更有趣味。而初一及初二級可保留原有的比賽模式，即給予指定的自變量，他們祇需找出函數的值，這樣做可以令低年級學生覺得更公平，而且玩法較簡單，合乎他們的心智發展，並把他們列作初級組競賽 <p>他們要填的表列改變如下：</p>	

A. 二次函數

x	-3	-2	-1	0	1
$y = x^2 + 2x + 3$					



			頂點		
x					
$y = x^2 + 2x + 3$					

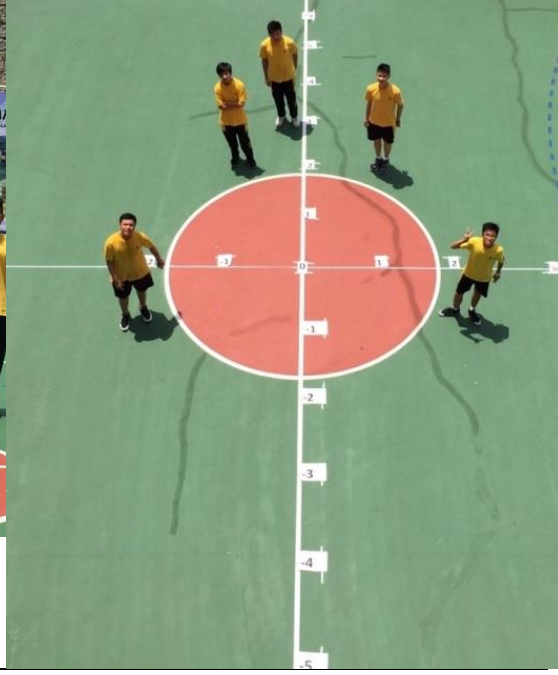
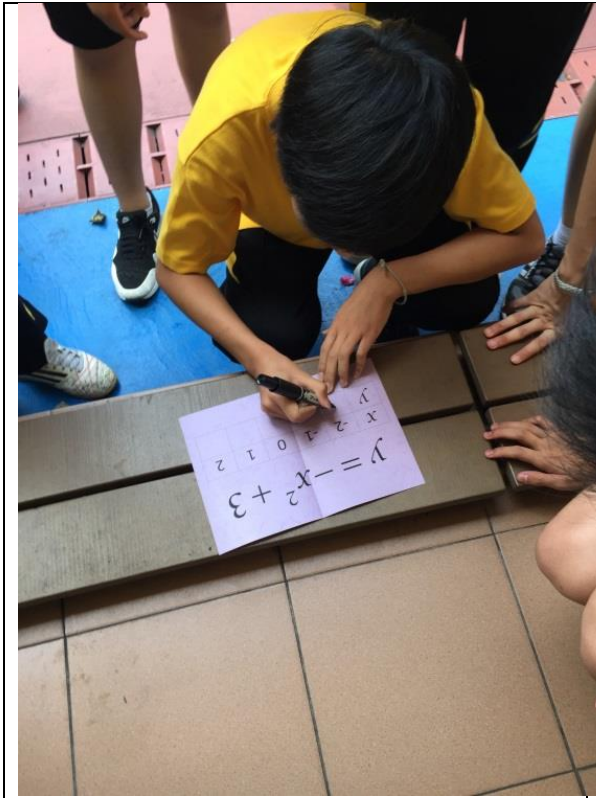
B. 正比例函數及一次函數

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x + 1$					



			交點		
x					
$y = 2x + 1$					
$y = x - 1$					

<附件一>
學生活動圖片



案例一點評

這是一節以數學活動的形式展開的總結課。學生們以班為單位參加全校競賽，在校園裡完成與函數知識有關的問題，再在場地中以人為點，描繪函數圖像。這節課是一節比較成功的活動課，下面從課程角度、學生角度、教學角度對課例進行點評。

1.課程角度

《初中教育階段數學基本學力要求》指出，“有效的數學學習活動不能單純依賴模仿與記憶，數學實驗、數學探究、數學交流也是數學學習的重要方式。”在情感態度價值觀範疇還提出了這樣的要求：“積極參與數學活動，對數學有好奇心和求知欲。”在此要求下，數學學習應在知識掌握的基礎上嘗試實施以問題為載體、學生自主參與為主的學習活動，將課堂內外的學習結合起來，在日常教學活動中鼓勵學生主動參與，積極交流，對數學知識有充分和全面的理解。

2.學生角度

該課例的設計出發點充分考慮到學生的學情。粵華學校是一所男校，學生大多活潑好動，學生願意並樂於參與這樣的一節活動課。在傳統觀點看來，數學是一門枯燥無趣的學科，因此更有必要適時地開展數學活動，讓學生在活動中愉快地學習數學知識，體會學習數學的快樂。對學生而言特別有吸引力的是，此次數學活動以團體合作的形式展開，學生在活動中能夠學會與他人合作交流，發揮團隊精神。

3.教學角度

教學活動是師生積極參與、交往互動、共同發展的過程。有效的教學活動是學生學與教師教的統一，學生是學習的主體，教師是學習的組織者、引導者和合作者。此次數學活動，學生親自參與其中，體現了學生是學習的主體性，讓學生自己在活動中獲得數學知識。同時，這是一節總結課，學生在此之前已經學習了如何描繪一次函數和二次函數的圖像，此時如果只是單純地以教師講授為主課堂總結，學生難免感覺枯燥乏味，總結課到最後很可能只是留於形式，學生的收穫不大。

數學活動的開展無論從課程角度、學生角度或是教學角度考慮都是有益的。當然，本次數學活動還是存在著不足，有需要改進的地方。

由於本次活動的教學目標之一是要求學生掌握函數的性質，但是在實際操作上，只需要學生根據引數的值計算出相應的函數值，未能完全考核學生是否真的對函數的性質的瞭解。為了能夠落實學生對頂點和交點的認識，教師可以提前做出標有“頂點”和“交點”的名牌，站到頂點或者交點位置的學生需要拿上名牌才算作答正確。為了能夠落實學生對於“對稱軸”的認識，教師可以提前準備為

每組準備顏色鮮豔的繩子，要求每個小組找出兩個學生拉長繩子，以標示函數的對稱軸。為了能夠落實學生對於“對稱性”的認識，教師可以設置找“孿生兄弟”的環節，如，二次函數 $y = x^2 + 2x + 3$ 中， $x = -2$ 和 $x = 0$ 的函數值相同，那麼站在座標 $(-2, 3)$ 和 $(0, 3)$ 的兩個同學就是“孿生兄弟”，在此規定下提出一些具有挑戰性的問題。

案例二：

學習範疇：A-1-15 掌握平方差公式與完全平方公式，會用它們進行運算。

課 題：完全平方公式

科 目：代數

年 級：初一

課 時：40 分鐘

授課教師

教學目標：

1. 會推導完全平方公式，瞭解公式的幾何背景，並能運用公式進行簡單的計算。
2. 經歷探索完全平方公式的過程，並在探索過程中滲透轉化、建模、數形結合等思想方法，進一步發展符號意識、推理能力和幾何直觀。
3. 培養學生勇於探索的精神，體會學習數學的樂趣。

教學重點：

體會公式的發現和推導過程，並能運用公式進行簡單的計算。

教學難點：

利用數形結合的思想驗證解釋完全平方公式，準確靈活運用完全平方公式。

教學過程：

一. 創設情境，引出新知

教師：閱讀阿凡提和財主換地故事。

從前，有一個財主家有邊長為 $(m+3)$ 的正方形土地，阿凡提有兩塊地，一塊是邊長為 m 的正方形土地，另一塊是邊長為 3 的正方形土地。現在阿凡提提出願意用自己的兩塊地換取財主的一塊地，財主便欣然同意了，你認為財主占了便宜了嗎？

設計意圖：用學生樂於接受的“換地故事”創設情境，激發學生探索問題的主動性和積極性。

教師：要判斷財主是否占了便宜實質上能轉化成什麼問題？

設計意圖：將實際問題轉化為數學問題，培養學生發現問題，解決問題的能力，逐步培養他們的數學建模能力。

學生：實質上就能轉化成比較兩塊土地的面積是否相等。

教師：其中財主土地的面積可以表示為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，阿凡提土地的面積可以表示為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， $(m+3)^2$ 是否等於 m^2+3^2 ？

設計意圖：學生在學習完全平方公式時，容易受到積的平方運演算法則的負遷移影響，誤認為 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ，因此此問題的設置為學生正確認識公式結構的特點做好了鋪墊。

教師：
$$(m+3)^2 = (m+3)(m+3)$$

$$= m^2 + 3m + 3m + 3^2$$

$$= m^2 + 2 \cdot 3m + 3^2$$

所以 $(m+3)^2$ 展開有三項，顯然大於 $m^2 + 3^2$ ，所以財主不僅沒有佔便宜，反而吃了虧。

教師：類似的，請大家嘗試推斷 $(2+3x)^2$ 是否等於 $2^2 + (3x)^2$ ？你能驗證這個結論嗎？

學生：
$$(2+3x)^2 = (2+3x)(2+3x)$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 3x + 2 \cdot 3x + (3x)^2$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3x + (3x)^2$$

所以 $(2+3x)^2$ 展開有三項，顯然不等於 $2^2 + (3x)^2$ 。

教師：那麼通過這兩道練習題，請同學們觀察並對比計算前算式的結構和計算後結果的結構具有哪些共同之處？

設計意圖：讓學生總結歸納完全平方公式的結構特徵，並且為了突破本課的重難點，教師結合公式的特徵給出順口溜強化記憶。

兩數和的平方等於 首平方，尾平方，中間加上 2 倍的首尾乘積。

教師：現在請同學們直接推算一下 $(2m+n)^2 = ?$ 同理， $(a+b)^2 = ?$

設計意圖：進一步鞏固對完全平方公式的認識。

二.發現探究，歸納新知

教師：那麼我們就把 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 這個特殊的乘法公式叫做和的完全平方公式。

那麼對於這個公式正確性的驗證，除了運用多項式乘多項式運演算法則進行代數推理驗證，你能用如圖所示的圖形給出更加直觀的解釋驗證嗎？

代數推理

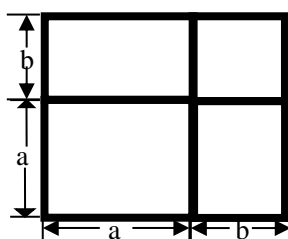
$$(a+b)^2$$

$$= (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

幾何直觀



整體面積計算 分割面積計算

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

教師：等積法：用兩種不同的方法表示同一個圖形的面積，結果相等。

設計意圖：不僅要求學生從代數角度推導公式，培養學生的邏輯推理能力，同時鼓勵演算法多樣化，滲透數形結合的思想來以形推數，並且介紹證明代數恒等式的一種重要方法：等積法。

例 1 利用和的完全平方公式，計算：

$$(1) (4x+5y)^2 \quad (2) \left(-2y+\frac{1}{2}x\right)^2 \quad (3) (a-b)^2$$

解：(1) $(4x+5y)^2 = (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 5y + (5y)^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) \left(-2y+\frac{1}{2}x\right)^2 = (-2y)^2 + 2 \cdot (-2y) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{1}{2}x\right)^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

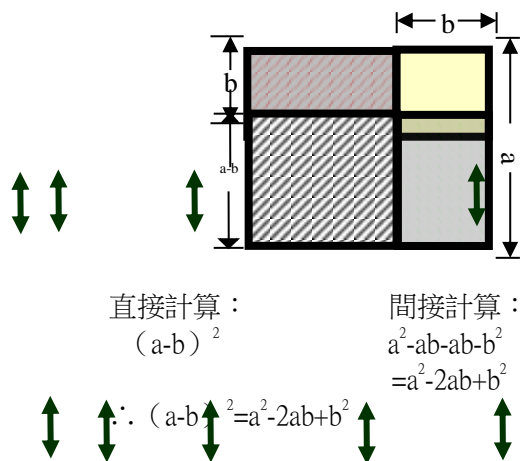
$$\begin{aligned} (3) (a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

設計意圖：題(1)和題(2)能運用公式進行簡單的計算；題(3)滲透了轉化的數學思想，把新知識轉化成舊知識。

三.轉化推理，再探新知

教師：那麼我們就把 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 這個特殊的乘法公式叫做差的完全平方公式。

那麼對於這個公式正確性的驗證，除了運用多項式乘多項式運演算法則進行代數推理驗證，你能用如圖所示的圖形給出更加直觀的解釋驗證嗎？



四.範例解析，深化新知

教師：我們把和的完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 和差的完全平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 合起來統稱為完全平方公式

例 2 利用完全平方公式計算下列各式：

$$(1) (2x-3)^2 \quad (2) (-mn-a)^2 \quad (3) \left(-2xy+\frac{3}{4}x\right)^2 \quad (4) (a+b+c)^2$$

五.歸納小結，佈置作業

1.完全平方公式：兩數和(或差)的平方，等於它們的平方和，加(或減)它們的積的兩倍，即

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 和 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 。這兩個公式叫做(乘法的) 完全平方公式。

2.公式特徵：左邊是一個二項式的完全平方；右邊是一個二次三項式，分別是二項式中每一項的平方及兩項乘積的兩倍。

3.推廣：公式中的 a 和 b 可以是單項式，也可以是多項式。

作業：

1.運用完全平方公式計算：

(1) $(4x - 3y)^2$

(2) $(-2m - 1)^2$

(3) $(a+b-c)^2$

2.在多項式 $4x^2+1$ 中添加一個條件，使其成為一個完全平方式，則添加的單項式是 _____ (只寫出一個即可)

點評：

該案例有如下幾個特點：

1、關注數學的基本數學思想。學生在學習代數式以及代數式的一些公式時，教師並不是只是告訴學生結果，而是讓學生體會公式獲得的過程，尤其是其中所蘊含的數學思想方法。完全平方公式在展開的過程中，所依據的是乘法的分配律，教師在整個設計中，不斷強化這種算律的重要性，使學生體會算理的重要性。

2、關注數形結合，關注圖形的直觀作用。在代數的抽象運算中，通過借助於圖示，可以幫助學生理解公式的意義，加深對公式的理解，尤其是在推導平方差公式時，讓學生通過構圖，來加深理解。

3、關注設計有趣情境，來激發學生學習的興趣。本設計在開始時引入換地故事情境，引導學生參與學習，讓學生在故事情境中，抽象出問題，並嘗試用新的知識去解決。這樣學生主動性就被調動起來了。

4、關注了學生易錯點進行不斷糾正。在該公式的學習和應用中，學生經常範的錯誤是： $(a+b)^2=a^2+b^2$ ，教師在引入的情境，以及後面的問題中，都注意讓學生明白兩邊式子的聯繫與區別，這就避免了學生後續再犯此錯誤。

由於圖形直觀在說明學生理解公式中起到非常重要的作用，本設計在學習了平方和公式後，可以進一步讓學生嘗試用圖形表示，這樣對於加深知識的學習和鞏固會有一些幫助。

二、圖形與幾何

圖形與幾何共包括如下八個方面的內容



具體內容和要求如下：

B-1 點、線、面、角

(一) 目標及內容要求

點、線、面、角是初中幾何中最为基礎的內容，是在小學簡單圖形認識的基礎上進一步學習，同時又是中學幾何圖形學習的基礎。它主要包括點、線、面、角的有關概念、性質以及它們之間的關係。點、線、面、角的學習目標主要包含對點的概念的理解，兩點間距離；直線、射線、線段，點到直線的距離，直線的位置關係，平行線及平行線判定定理；角的概念，角的大小以及鄰角、餘角、補角、對頂角等概念等內容。

點、線、面、角的具體目標要求如下：

B-1-1 瞭解點、直線、平面、幾何體。

幾何體以及平面、直線、點等抽象的幾何概念都可以從現實世界中的某些事物中找到其原型，這樣可以使學生理解幾何概念是由實物抽象而得。例如，平面是對平靜的水面、光亮的鏡面和黑板面等事物加以抽象而得到的幾何概念，在幾何中，把平面理解為可以無限延展的面；直線是對現實世界中一類事物的抽象，如筆直的公路、鐵軌等，在幾何中，可以把直線理解為一點在平面上或空間中沿一定方向或相反方向運動的軌跡，直線可以無限延伸，沒有端點；點是對位置進行抽象形成的幾何概念。

對這些概念的學習，重在直觀體會其意義。

B-1-2 理解兩點間距離的意義，能度量兩點之間的距離。

B-1-3 掌握直線的公理：兩點確定一條直線；兩點之間線段最短。

在動手操作等活動中，體會通過“兩點只能連成一條直線”、“兩點之間線段最短”的事實，並將其作為幾何推理的出發點，使學生理解公理的意義，在此基礎上可以定義出“兩點間距離”的概念。

B-1-4 掌握射線、線段的概念、線段的大小，會比較線段的大小，理解線段的和、差，以及線段中點的意義。

射線、線段等概念，也與實際模型有密切的聯繫。例如現實世界中的光線等給我們以射線的形象，射線的一端可以無限延伸。而琴弦、旗杆等確是線段得以抽象的實物。

線段大小的比較通常有兩種，一個是疊合法，一個是度量法。疊合法是將兩個線段的一個端點重合，然後考察另一個端點的位置關係。度量法就是通過兩個線段長度的大小來比較。學生在實際的操作中體會兩種比較線段大小的方法。

理解線段的和、差，也有度量和非度量兩種。在尺規作圖中要求做一個線段等於已知線段，這保證了學生能用直尺或圓規做兩個線段的和、差。

B-1-5 直觀地瞭解平面上兩條不重合的直線之間的關係：相交與不相交。

能直觀認識兩條直線的兩種位置關係，後面將進一步研究相交的特殊情況——垂直，而不相交就定義為平行，直線的位置關係成為後序圖形研究的基礎。

B-1-6 理解角的概念、角的大小、度量及和與差。

角是由兩條具有公共端點的射線組成的，也可以看成是由一條射線繞著它的端點旋轉而成的。與線段類似，角的大小的比較也有兩種方式，一個是通過度量比較大小，一個是通過將角疊合比較大小。在初中階段還是以度量為主。在研究兩個角的和與差中涉及到角的計算問題。學生能夠利用量角器做兩個角的和與差，也要求學生能利用直尺、圓規做角，以及兩個已知角的和與差。

B-1-7 知道平角與周角，瞭解周角、平角、鈍角、直角、銳角之間的大小關係；掌握角的分類。

從“角可以看成是由一條射線繞著它的端點旋轉而成的”的定義出發，可以展示出銳角、直角、鈍角、平角、周角的含義，以及它們的大小關係。

B-1-8 掌握餘角、補角、鄰補角和對頂角的概念。

這幾對具有特殊關係的角的概念在後面的學習中會時常用到，在研究它們的性質時需要進行簡單的推理。

B-1-9 結合生活情境瞭解平面上兩條直線不重合的平行和相交關係。

B-1-10 理解垂線、垂線段等概念，能用三角尺、圓規或量角器過一點畫已知直線的垂線。

在實際操作過程中，學生可以體會到過直線上或直線外一點，可以做並且只能做一條直線與已知直線垂直，這將成為後面一些定義的基礎。

B-1-11 理解點到直線的距離的意義，能度量點到直線的距離。

由過直線外一點只有一條直線與已知直線垂直，才有了“點到直線的距離”的定義。

B-1-12 理解平行線概念，理解同位角、內錯角和同旁內角的概念。

同位角、內錯角和同旁內角的概念的引入，主要是為了研究兩條直線的平行關係。

B-1-13 掌握平行線的公理：兩條直線被第三條直線所截，如果同位角相等，那麼兩直線平行。

通過直觀演示使學生接受這個幾何事實，並作為推理證明的基礎

B-1-14 掌握平行線的性質定理：兩條平行直線被第三條直線所截，同位角相等，內錯角相等，同旁內角互補。

平行線的性質定理和判定定理是研究三角形、四邊形等圖形性質的基本定理。

B-1-15 掌握平行線的判定定理：兩條直線被第三條直線所截，如果內錯角相等或同旁內角互補，那麼兩直線平行。

平行線的性質和判定的幾個定理具有互逆性，而且都是真命題。但是，也應該使學生認識到，一對互逆命題並不一定都真。

B-1-16 能用三角尺和直尺過已知直線外一點畫這條直線的平行線。

學生在實際操作過程中能夠體會到：過已知直線外一點只能畫一條已知直線的平行線。這就是所謂的平行公理。

(二) 教學建議

1. 讓學生經歷從實物抽象出幾何物件的過程，發展學生的抽象思維

教師應以現實生活中的大量實例為素材，創設恰當的問題情境，引導學生通過觀察、想像從生活現實模型中抽象出點、線、面、角等幾何概念。如平面是對平靜的水面、光亮的鏡面和黑板面等事物加以抽象而得到的幾何概念，在幾何中，把平面理解為可以無限延展的面；直線是對現實世界中一類事物的抽象，如筆直

的公路、鐵軌等，在幾何中，可以把直線理解為一點在平面上或空間中沿一定方向或相反方向運動的軌跡，直線可以無限延伸，沒有端點；點是對位置進行抽象形成的幾何概念等。

2·引導學生從事動手操作、實驗等活動，並體會圖形的基本性質及其應用，發展學生的推理能力

教學中注意引導學生從事觀察、測量、操作、實驗等活動，進行圖形的基本性質及其關係的探究，幫助學生積累活動經驗。學生在經歷觀察、操作、想像、推理與交流等數學活動的過程中，要給予充足的探討和交流的空間，鼓勵學生運用多種方法進行探討，如在比較線段長短以及角的大小時，可以採用觀察、測量、疊合等方法。

在動手操作探究圖形性質的過程中，體會將某些事實作為公理，成為後面進行數學推理的出發點的意義。如通過在牆壁上釘木條等生活經驗，以及畫圖體會“兩點確定一條直線”的合理性。

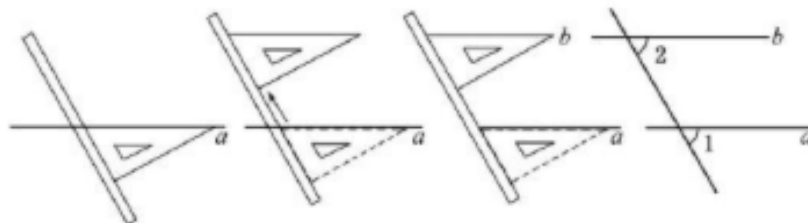
推理能力的發展應貫穿於整個數學學習過程中，提高學生的推理能力，包括合情推理和演繹推理。在解決問題的過程中，兩種推理的功能不同，相輔相成；合情推理用於探索思路，發現結論；演繹推理用於證明結論。教學中要關注這兩種能力的發展。因此，在關注證明的同時，也應盡可能創設探究活動、實踐操作活動，在活動中發展學生的合情推理能力，探索發現圖形可能具有的性質，並用演繹推理證明結論。

例如，在探究“對頂角相等”時，可以讓學生先動手測量，發現對頂角大小相等，但要讓學生意識到測量還不足以證明“對頂角相等”這一結論，再通過計算推理，獲得這一結論，發展學生的推理意識。

3. 發展學生的空間觀念

發展學生空間觀念的基本途徑有很多，培養空間觀念需要大量的實踐活動，學生要有充分的時間和空間開展觀察、測量、動手操作和自主探索等活動，需要大家共同參與。觀察、操作、歸納、類比、猜測、直接思考等活動對形成空間觀念有重要作用。學生的空間觀念只有在共同探討、合作交流、合作解決問題中才能不斷生成和發展，並得到提升。

例如，學生學習完公理“兩條直線被第三條直線所截，如果同位角相等，兩直線平行”後，如下圖所示，能用三角尺和直尺過已知直線外一點畫這條直線的平行線，並能夠解釋作圖的合理性。



(三) 評價建議

1. 關注學生抽象思維能力的形成與評價

在點、線、面、角等概念形成過程中，教師應關注學生是否能從實際模型中抽象出幾何概念，以及對實物與抽象出的幾何概念的認識程度。如點是對位置進行抽象形成的幾何概念，是沒有大小的，與生活原型中的點是有差異的。

但教師應注意學生的抽象思維能力的發展是有一定的過程的，不是一蹴而就的。因此教師對學生抽象能力的要求要符合學生的認知發展規律。

2. 關注學生在活動中的表現，加強過程性評價

教學中有很多觀察、測量、動手操作和探索的活動，教師要通過活動不斷滲透從事數學活動的方法，同時還要加強對學生活動過程的評價。一方面是評價學生在活動中的積極程度，包括學生在活動中的主動性、參與程度、與同學合作交流的意識等；另一方面是評價學生對方法的理解，以及數學表達和應用的水準，如能否體會線段的度量和角的度量在方法上的一致性，表達是否具備條理性或獨特性等。在畫圖、測量等活動中，關注學生能否獨立完成活動、遇到困難如何解決，能否體會到畫圖活動背後的原理性知識。如點到直線的距離，在比較各個不同線段長度後，體會到垂線段最短；在比較線段大小的活動中，掌握比較線段長短的方法等。

3. 關注學生推理意識的形成

推理能力的發展應貫穿於整個學習過程中，推理是數學的基本思維方式，也

是人們生活中經常使用的思維方式。教學時應注重考察學生是否具有推理意識，在學生的觀察、測量、操作探究等活動過程中，考察學生是否能夠獲得對圖形性質的認識，即推理的能力。例如學生能否在“同位角相等，兩直線平行”的基礎上，推理出“內錯角相等，兩直線平行”與“同旁內角互補，兩直線平行”判定定理。

B-2 三角形

(一) 目標及內容要求

三角形是圖形與空間內容中所研究的最基本的平面圖形，是研究四邊形等圖形的基礎。它主要包括三角形的基本概念和性質、三角形的全等及相似關係，以及三角形的運用。三角形的學習目標主要包含掌握三角形的基本概念、三角形的分類以及特殊三角形的基本性質；掌握三角形內角和定理、華氏定理及其逆定理等重要性質；掌握全等三角形的概念以及判別公理；瞭解三角形相似的概念、判定定理、性質定理等內容；能夠在現實生活中進行簡單應用。

三角形的具體目標要求如下：

B-2-1 理解三角形及其邊、內角、外角、中線、高線、角平分線等概念，掌握三角形的標記法；瞭解三角形的穩定性。

三角形中的幾個基本要素和主要線段是認識和研究三角形的基礎；結合實例可以體會三角形的穩定性的廣泛應用。

B-2-2 理解等腰三角形、等邊三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形的概念，知道其符號標記法；會按照邊長的關係和角的大小對三角形進行分類。

有兩條邊相等的三角形是等腰三角形，等邊三角形是特殊的等腰三角形，這是按邊進行分類時容易含混的；而三角形按角分類則較為清晰，而按角將三角形分類是較為常用的。

B-2-3 能解釋同一三角形中三邊的關係：兩邊之和大於第三邊。

學生應能夠在“連接兩點間的線段最短”的事實基礎上，容易得出三邊之間的關係：兩邊之和大於第三邊。

B-2-4 掌握三角形的內角和定理，並掌握三角形的外角等於與它不相鄰的兩個內角的和的性質。

直觀操作、引平行線進行推理是獲得三角形內角和的不同的方法。

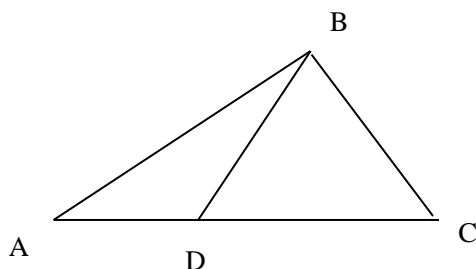
B-2-5 理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等。

知道兩個能完全重合的三角形是全等三角形，並在兩個全等三角形中，能夠確定對應頂點，進而確定兩個三角形的對應邊、對應角。

B-2-6 理解全等三角形的判別公理：兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等；兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等；三邊分別相等的兩個三角形全等。理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等。

通過畫圖等方式，學生應能夠獲得兩個三角形全等的三個基本條件： $(S.A.S)$ 、 $(A.S.A)$ 、 $(S.S.S)$ ，這三個判別三角形全等的公理是進行圖形性質證明的基礎。 $(A.A.S)$ 可以通過簡單推理獲得。

對於學有餘力的學生來說，也可以引導他們通過舉反例的方法說明滿足 $(A.A.A)$ 和 $(S.S.A)$ 的兩個三角形不一定全等。例如，下圖 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中， $AB=AB, BC=BD, \angle BAC=\angle BAD$ ，但顯然，兩個三角形不全等！



B-2-7 掌握等腰三角形的性質：等腰三角形的兩底角相等，底邊上的高線、中線及頂角平分線重合。知道等腰三角形的判定定理：有兩個角相等的三角形是等腰三角形。

由等腰三角形的定義，通過折疊或三角形全等，能夠得到等腰三角形兩底角相等，同時也可以獲得“底邊上的高線、中線及頂角平分線重合”的性質，在這裡直觀的折疊和抽象的推理對學生來講都是重要的認識圖形性質的途徑。

B-2-8 掌握等邊三角形的性質：等邊三角形的各角都等於 60° 。知道等邊三角形的判定定理：三個角都相等的三角形，或有一個角是 60° 的等腰三角形。

要求學生能夠進行簡單的推理得到等邊三角形的性質定理和判定定理，並能加以運用。

B-2-9 掌握直角三角形的性質：直角三角形的兩個銳角互餘。知道有兩個角互餘的三角形是直角三角形。

利用三角形內角和定理和直角三角形的定義，學生應該對直角三角形角之間

的關係以及邊之間的關係（畢氏定理）有深入的瞭解。

B-2-10 掌握直角三角形全等的判定定理：一條直角邊和斜邊分別相等的兩個直角三角形全等。

學生應該知道，對於兩個直角三角形全等的判斷， $(S、S、S)$ ， $(S、A、S)$ ， $(A、S、A)$ 以及 $(A、A、S)$ 都是適用的，但是它們還有特殊的判定條件，即 $(H、L)$ 定理，這恰好是在探討一般三角形全等時提到的 $(S、S、A)$ ，對於一般三角形不一定成立，但對於直角三角形確是成立的。希望學生能夠體會其中的一般與特殊的關係。

B-2-11 掌握華氏定理及華氏定理的逆定理。

華氏定理是描述直角三角形三邊數量關係的重要定理，對於華氏定理的證明方法有幾百種，可以讓學生們通過對圖形的剪、拼等，瞭解它的一些證明方法，體會華氏定理豐富的歷史和蘊含其中的文化精髓，尤其是無理數的產生的過程。

B-2-12 能運用華氏定理及其逆定理進行計算和證明，並能運用它們解決一些簡單的實際問題。

華氏定理及其逆定理在現實生活中有極其廣泛的應用，可以通過豐富的實例使學生經歷運用數學知識與方法解決實際問題的過程，增強學生對數學的意義的認識。

B-2-13 瞭解線段的比、成比例的線段，通過建築、藝術上的實例瞭解黃金分割。

線段的比、成比例的線段是學習和研究圖形相似的工具，在日常生活中的測量與繪圖中也經常使用它們。瞭解黃金分割可以使學生體會數學與生活的聯繫。

B-2-14 理解公理：兩條直線被一組平行線所截，所得的對應線段成比例。

通常用“形狀相同”來描述一般圖形的相似，而數學上則定義為各邊成比例、各角分別相等的兩個多邊形相似。對於兩個三角形來說，有了上面的公理，就可以保證對應角相等，兩個三角形相似。全等是相似的特殊情況。

B-2-15 理解三角形相似的概念，認識相似比。

B-2-16 瞭解三角形相似的判定定理：兩角分別相等的兩個三角形相似；兩邊成比例且夾角相等的兩個三角形相似；三邊成比例的兩個三角形相似。

對“兩角分別相等的兩個三角形相似”這條判定定理的認識，需要學生認識到三角形與多邊形的相似的不同。此外，三角形相似的判定定理與三角形全等的判定定理的聯繫與區別也體現了特殊與一般的關係。

B-2-17 瞭解相似三角形的性質定理：相似三角形的對應線段的比等於相似比；相似三角形的周長比等於相似比。

“相似三角形的對應線段”主要是指對應高、對應中線、對應角平分線。運用相似三角形的判定定理，可以通過簡單的推理即可得到這些性質。

（二）教學建議

1· 注重對基礎知識、基本技能的教學，同時引導學生整體把握研究圖形的基本內容

加強認識圖形性質及其關係的方法，教學師應該在點、線、面、角的基礎上進一步加強方法教學。在教學中不僅讓學生獲得基礎知識、基本技能，同時引導學生逐步把握幾何的研究物件以及研究的重要內容。

例如，本部分主要研究三角形及其三角形之間的關係。對於三角形的研究，一方面是三角形自身的性質，如三角形的內角和、畢氏定理、三角形內的重要線段等；另一方面是對三角形間關係的研究，即三角形的全等、三角形的相似。

2· 進一步提高學生的邏輯推理能力

對於一些以前沒有探索過的命題，要盡可能創設一些問題情境，為學生提供自主探索發現的空間，然後再進行證明，從而將證明作為探索活動的自然延續和必要發展，使學生經歷“探索—發現—猜想—證明”的過程，體會探究、歸納與證明在獲得結論時各自發揮的作用，進一步提高學生的推理能力。如對於“三角形內角和”的證明，教師可以先引導進行學生測量與剪切拼圖等活動探索、發現結論，同時探索的過程也為即將進行的證明提供了思路。然後引導進行演繹推理，添加輔助線，證明結論。

對於一些需要直接證明的命題，教師應給學生留出充分思考的時間和空間，鼓勵學生大膽嘗試、交流，並在此基礎上針對不同學生進行恰當的引導，幫助他們分析輔助線的添加、輔助圖形的構造，提倡證明方法的多樣性，並引導學生在與他人的交流中比較證明方法的異同，提高邏輯思維水準。

例如，在證明“等腰三角形的兩底角相等”時，可以有不同的作輔助線的方法，從而導致不同的證明方法。教師應鼓勵學生探索發現並交流這幾種不同的證明方法。

3· 注重學生探究、獲得圖形性質的過程，積累活動經驗

通過大量的探究活動來獲得對圖形性質的認識，積累學生的活動經驗，同時這些活動對於發展學生的空間觀念和推理能力很有幫助。鼓勵學生積極參與觀察、

操作、想像、推理等活動，掌握圖形性質，積累數學活動經驗，發展推理能力。

例如，在探究三角形全等的條件時，提出問題：要畫兩個三角形全等時，需要幾個與邊或角的大小有關的條件呢？一個條件？兩個條件？三個條件？……然後鼓勵學生通過畫圖、觀察、比較、推理、交流，在條件由少變多的過程中逐步探索出最後的結論。在這個過程中，學生不僅得到了兩個三角形全等的條件，同時體會了分析問題的方法，感悟分類的數學思想方法，積累了數學活動的經驗。

4· 滲透數學思想，體現數學文化價值

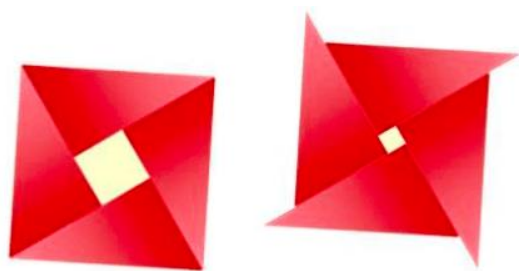
命題的探索和證明過程往往蘊含著一些數學思想，如歸納的思想、類比的思想、轉化的思想、反證法的思想等。教學中應注重這些思想的滲透，有意識地引導學生去領會這些數學思想，並應用於其解決具體問題的過程中，從而幫助學生形成正確的數學學習方法。如在華氏定理的探索與驗證活動中，蘊含著豐富的數學思想，教師應注意滲透並揭示這些數學思想方法。如數形結合的思想，教師應鼓勵學生由代數表示聯想到有關幾何圖形，由幾何圖形聯想到有關代數表示，從而認識數學的內在聯繫。

同時也要注重數學文化的體現。畢氏定理的發現、驗證及應用的過程中蘊含著豐富的文化價值。例如，在華氏定理的教學中，教師要盡可能地介紹有關華氏定理的歷史，讓學生體會華氏定理豐富的歷史和其中蘊含的文化精髓，尤其是無理數的產生的過程。很多古文明都獨立地發現了華氏定理，中國也是最早認識華氏定理的國家之一，古希臘在華氏定理的運用中，發現了無理數，進而導致了數學史上第一次關於數學基礎的危機。關於華氏定理的歷史材料十分豐富，教學中教師應鼓勵學生閱讀教科書中的相關材料，還可以再展現一些歷史資料，以拓寬學生的視野，還可以引導學生自己從有關書籍、網路上收集資料，瞭解更多的歷史資料，體會華氏定理的文化價值。

5· 創設問題情境，激發學生興趣，培養學生應用意識和解決實際問題的能力

設置豐富的問題情景，有利於激發學生的興趣，有利於學生認識數學與現實生活的聯繫，有利於學生發現問題、提出問題能力的發展，並在問題的解決過程中培養學生的應用意識。如華氏定理的引入，以 2002 年國際數學家大會的會標

創設情境，該會標對趙爽弦圖進行加工變化形成的，而趙爽弦圖是為證明發明于周代的畢氏定理而繪製的。以此為情境引導學生探索畢氏定理。



(三) 評價建議

1. 關注學生對知識技能的理解水準

對知識技能的評價應重視學生的理解和在新情境中的應用。例如，可以考察學生能否識別現實生活中大量存在的三角形；能否借助具體情境理解有關三角形的幾何實施；能否靈活運用畢氏定理和逆定理解決實際問題等。考察學生對知識技能的理解時，除了常用的提問、筆試、作業分析等方式以外，也可以採取動手操作和語言表達相結合的方法。如考察學生對三角形中特殊線段（高、角平分線、中線）的理解時，可以讓學生拿一個三角形紙片，畫出或折出有關線段，再用自己的語言對所作的線段和製作過程進行描述。

2. 關注學習過程的評價

注重學習結果的評價，也要關注學習過程的評價。在學習過程中命題的證明依舊需要學生進行探索，因此學生在這些探索活動中的表現是評價的重要方面。評價可以關注多個方面：如活動中學生是否積極參與，是否能和同伴進行有效的合作交流，能否積極的思考，能否提出解決問題的策略，否在畢氏定理中開展積極的聯想（如由數聯想到形，由形聯想到數），能否有條理地表述活動過程和所獲得的結論等。當然，在評價時也要注意學生表述水準的階段性，要用欣賞的眼光看待每個學生表述證明過程的點滴進步，用發展的眼光評價學生。

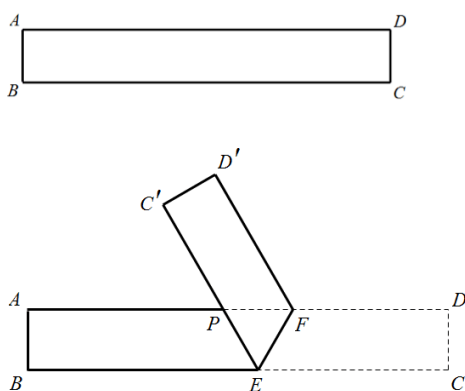
3. 加強對學生推理證明的評價

推理證明是三角形中學習的重點，因此教學中要注意對學生推理證明的評價，包括對證明思路和證明方法的評價。如明確條件和結論，能夠用數學的符號語言

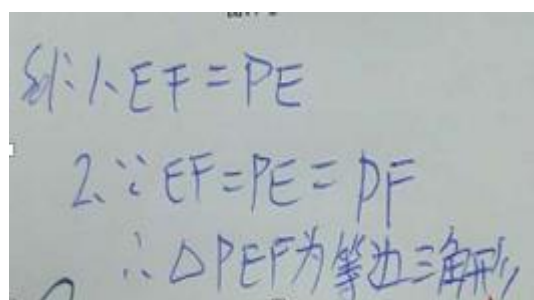
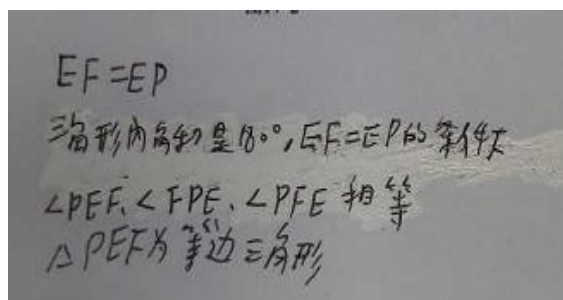
正確表達；明確每一步推理的依據並能準確地表達推理的過程。通過一定數量的推理證明訓練，逐步使學生掌握證明的方法和思路。

例如，在應用“斜邊、直角邊”定理證明時，評價學生的證明思路是否清晰；能否正確分析使用這種判定方法需要具備的條件：在兩個直角三角形中，斜邊分別相等，一條直角邊分別相等，只有同時具備這三個條件才能用“斜邊、直角邊”定理判定兩個直角三角形全等；再評價看學生的書面證明的過程是否規範；證明結果是否正確。

例題：如圖所示， $ABCD$ 為一張矩形小紙條，如果沿 EF 折疊矩形紙片，折疊後點 C, D 分別落在點 C', D' 處， $C'E$ 與 AD 相交於點 P ，當 $EF=EP$ 時，請證明 $\triangle PEF$ 為等邊三角形。



在此題中考查學生對三角形知識的掌握，而且重點關注到了學生在推理證明中思路和方法應用情況。通過學生的作答可以分析出哪些學生能夠具有良好的證明書寫能力，哪些學生在推理過程中思路並不清晰，缺少嚴謹性。下圖中兩名學生的作答可以看出學生能夠掌握等邊三角形的判定知識，但是在邏輯推理的推導過程中，思路不夠嚴謹，沒有能夠清晰的推導出判定條件。教師可以在教學中有針對性的引導和練習，同時，強調證明過程的規範書寫。



B-3 四邊形

(一) 目標及內容要求

四邊形是在三角形的基礎上對圖形的進一步探究，它主要包括平行四邊形和矩形、菱形、正方形等幾種特殊平行四邊形以及它們之間的關係。四邊形的學習目標主要包含瞭解多邊形及其相關概念，從平行四邊形和矩形、菱形、正方形的定義中瞭解它們之間的關係，掌握這些圖形的性質定理、判定定理。並進一步研究平行線間的距離、三角形中位元線等內容。

四邊形的具體目標要求如下：

B-3-1 瞭解多邊形及其相關概念，包括多邊形的頂點、邊、內角、外角、對角線等；掌握多邊形內角和與外角和公式，能運用它們進行有關的計算瞭解。

多邊形內角和公式的推導體現了多邊形向三角形轉化的過程。同時也要體會外角和公式的統一性。

B-3-2 理解平行四邊形、矩形、菱形、正方形的概念，能解釋它們之間的從屬關係和區別。

要從幾個特殊四邊形的定義中瞭解它們之間的關係，包括性質定理、判定定理的關係。

B-3-3 瞭解四邊形的不穩定性。

四邊形的不穩定性與三角形的穩定性一樣，在實際生活中也有較多的應用。

B-3-4 掌握平行四邊形、矩形、菱形、正方形的性質定理和判定定理；並能將這些性質定理和判定定理應用於有關問題的解決之中。

從平行四邊形、矩形、菱形、正方形的角、邊、對角線的角度研究其性質定理和判定定理，能夠進一步體會性質定理和判定定理間的互逆關係。

B-3-5 瞭解兩條平行線之間距離的意義，能度量兩條平行線之間的距離。

知道平行線間的距離定義的基礎（對於兩條平行直線，其中一條直線上的任意一點到另一條直線上的距離處處相等）。

B-3-6 理解三角形的中位線定理。

(二) 教學建議

1. 經歷觀察、抽象、推理的過程，認識圖形的基本特徵、探索圖形的基本性質

生活中存在大量的多邊形的實物原形，教學中應立足學生的生活經驗和已有

的數學活動經驗，從觀察現實生活中的圖形出發，讓學生經歷從實物到幾何圖形的抽象過程，認識多邊形以包括四邊形及特殊四邊形(平行四邊形、矩形、菱形、正方形等)的特徵，抽象出它們的概念，並體會這些概念間的一般與特殊的關係。

通過創設恰當的問題情境，讓學生經歷探索圖形性質的過程。利用折紙、拼擺、畫圖、變換等方式探究圖形的基本性質。在探索圖形性質的過程中，教師要讓既在過程中積累活動經驗，又在獲得結論的同時掌握探索圖形的基本方法和途徑。

例如，在平行四邊形的教學中，教師可以利用教科書中呈現的素材，也可以進行一定程度的再創造，讓學生發現生活中的平行四邊形，感受它的重要性，並能從生活中抽象出“平行四邊形”這一平面幾何圖形的概念，再引導學生對平行四邊形的性質進行探究，即研究圖形的各個元素及其之間的關係，教師可以引導學生從平行四邊形的邊、角、對角線等角度來認識、探索圖形性質，從而讓學生學會研究圖形的基本方法。

2· 加深對推理的認識，提高學生的推理能力

推理能力的培養要貫穿整個學習過程，教學中要讓學生經歷“探索-發現-猜想-證明”的完整過程，加深對合情推理和演繹推理的認識，提高推理能力。

在四邊形尤其是平行四邊形的性質的探索過程中，學生通過觀察、動手操作、變換等方法，獲得了對圖形性質的猜測，教師要讓學生懂得，還需要證明才能最後確定這些結論是正確的。

例如，學生在探索平行四邊形性質的過程中，通過旋轉等方式，發現平行四邊形的對角相等，然後引導學生運用三角形全等公理等已知的結論進行證明。要讓學生體會到推理證明活動是探索活動的自然延續和必要發展，感受合情推理與演繹推理的相互依賴和相互補充的辯證關係，並在“邊探索邊證明”的過程中，把合情推理與演繹推理融為一體，進一步發展學生的推理能力。

3· 利用圖形間的關係體會知識間的聯繫，滲透數學思想

在平行四邊形、矩形、菱形、正方形的性質定理和判定定理的探究中，引導學生體會圖形之間的“特殊與一般”的關係，更好的把握圖形的性質及其關係。如在研究正方形時，教師通過定義引導學生認識到，正方形即使特殊的矩形，又

是特殊的菱形。因此，它即具有矩形的一切性質，又具有菱形的一切性質，當然還有自身的特性。

在四邊形和特殊四邊形的學習過程中，教師還應該引導學生體會在研究圖形是運用到的轉化思想方法、類比和歸納的思想方法等，同時能夠進一步體會性質定理和判定定理間的互逆關係，建立知識間聯繫。

例如，在掌握了平行四邊形的性質之後，學生可以類比著研究平行四邊形的方法和結論，探究矩形、菱形、正方形的性質，在探究的過程中進一步理解這四種基本圖形間的聯繫。在探究多邊形的內角和時，教師可以引導學生從四邊形、五邊形、六邊形等具體的圖形出發，進行劃分，轉化為三角形，通過歸納得到多邊形的內角和公式。

（三）評價建議

1．關注學生探索結論、分析證明思路和方法的過程

在四邊形教學中，很多結論的獲得需要學生進行探索，證明思路和方法的獲得也需要學生進行探索，因此考查學生在這些探索活動中的表現就構成了教學評價的重要方面。對探索和分析過程的評價主要是關注學生參與活動的主動程度、合作意識，以及在活動過程中表現出來的數學表達能力和數學思考的發展水準。

例如，在三角形中位線定理的教學中，要關注學生是否積極主動參與探索活動，是否認真獨立思考，是否積極主動與同伴進行交流；能否通過獨立思考獲得證明思路，能否使用規範的數學語言表達思考的過程，能否嘗試用不同的方法證明同一個問題等。

2．關注學生對基本概念、基本技能的掌握和理解

四邊形的內容中有很多概念和定理，如幾個特殊四邊形的性質定理、判定定理，三角形中位線定理等，教學中要關注學生這些結論的認識和掌握，考查學生是否真正理解這些定理，不能單純地看學生能否記憶這些概念、定理的內容，而應注重對知識實質的理解，如可以讓學生根據要求列舉相關概念的異同，應結合具體情境評價學生對這些概念的理解水準。

此外，還應當更多地關注對概念、定理的理解和在問題解決中的應用，而不僅僅是記憶和熟練程度。可以安排一些探索證明驗的題目來評價學生對概念、定

理的理解和應用。

B-4 圓

(一) 目標及內容要求

圓是初中“圖形與空間”研究的唯一一個曲線形，主要包括圓及其有關概念，圓的基本性質，圓與其他圖形的位置關係等。圓的學習目標主要包含理解圓、弧、弦、圓心角、圓周角等概念；掌握圓的基本性質及其相關定理，如圓心角與圓周角的關係、三點定圓定理、垂徑定理等；瞭解點與圓、直線與圓的位置關係，以及相關性質等內容；能夠進行圓的弧長、扇形的面積等的計算。

圓的具體目標要求如下：

B-4-1 理解圓、弧、弦、圓心角、圓周角的概念。

正確理解這些概念是進行證明推理的基礎。

B-4-2 理解三點定圓定理。

對該結論的理解也可以有這樣的過程：分別讓學生過一個點、過兩個點作圓，觀察分別能作多少個圓？圓心在哪裡？再過不共線的三點作圓，探究如何做出滿足條件的圓來？圓心在哪？這個過程可以結合尺規作圖的問題一起完成，這樣，操作性、邏輯性的探究結合在一起，有助於發展學生的各方面的能力。

B-4-3 掌握垂徑定理，能利用定理證明有關的命題。

該定理的條件和結論較為複雜，要使學生將其搞清楚。利用圓的軸對稱性可以讓學生認識到垂徑定理的正確，並能夠運用這個結論證明一些其他的結果，但注意把握問題的複雜程度。

B-4-4 知道圓周角與圓心角及其所對弧的關係，瞭解並證明圓周角定理及其推論：圓周角的度數等於它所對弧上的圓心角度數的一半；直徑所對的圓周角是直角； 90° 的圓周角所對的弦是直徑；圓內接四邊形的對角互補。

圓周角定理是圓這部分內容的一個重要定理，它的證明體現了轉化的思想方法，希望學生們能體會到。

B-4-5 瞭解點和圓的位置關係。

通過點與圓心的距離來瞭解點與圓的位置關係：點在圓內、點在圓上、點在圓外。

B-4-6 瞭解直線和圓的位置關係，掌握切線、弦切角的概念，會用三角尺過圓上一點畫圓

的切線。

從圖形直觀、直線與圓的交點個數以及圓心到直線的距離認識直線與圓的位置關係，從中認識圓的切線的概念和弦切角概念。利用直尺過圓外一點做直線，在移動該直線的過程中體會直線與圓相交、相切、相離關係，也會對切線有更深刻的理解。

B-4-7 掌握切線的判別和性質：切線垂直於過切點的半徑；反之，過半徑外端且垂直於半徑的直線是圓的切線，掌握切線長定理：過圓外一點所畫的圓的兩條切線的長相等，圓心和這一點的連線平分兩條切線的夾角；能利用定理進行有關計算和證明。

切線的定義既是切線的性質也是切線的判定。如果從距離的角度討論直線與圓的位置關係，從中我們可以得到：切線垂直於過切點的半徑；反之，過半徑外端且垂直於半徑的直線是圓的切線。從不同的角度認識切線，可以在不同的問題中進行結合具體條件進行推理與計算。

B-4-8 會計算圓的弧長、扇形的面積。

利用弧長與圓的周長的關係、扇形面積與圓的面積的關係，可以得到弧長和扇形面積的公式。希望學生能夠理解公式得來的道理，可以自行推導公式，而不是死記硬背；能夠在具體的問題中運用公式解決問題。

（二）教學建議

1. 多種方法探究圓的性質，幫助學生積累活動經驗

圓是初中階段學習的唯一的一個曲邊圖形，教師要充分利用學生已有的經驗和現實生活和數學中的素材，設計具有挑戰性的情境，積極引導學生從事觀察、測量、折疊、旋轉、推理證明等活動來探究圓的性質，幫助他們有意識地積累活動經驗，獲得成功的體驗。教學中，應鼓勵學生動手、動口、動腦，並進行同伴之間的交流。在觀察、操作和推理活動中，使學生有意識地反思其中的數學思想方法，發展學生有條理的思考及表達能力。

例如，學生在理解三點定圓定理時，教師可以引導學生進行觀察、測量、推理等探究活動，在這一過程中讓學生先過過一個點、過兩個點作圓，觀察分別能作多少個圓？圓心在哪裡？再過不共線的三點作圓，探究如何做出滿足條件的圓來？圓心在哪？這個過程可以結合尺規作圖的問題一起完成，這樣，操作性、邏輯性的探究結合在一起，有助於發展學生的各方面的能力，積累學生的基本活動

經驗。

再如，用折疊、旋轉的方法探索圓的對稱性；用旋轉變換的方法探索圓心角、弧、弦之間相等關係的定理，然後加以證明；用推理證明的方法研究圓周角和圓心角的關係；用對稱變換及反證法研究切線的性質；用圖形運動的方法研究直線與圓的位置關係等等。

2· 進一步提高學生的推理能力

在學生從事觀察、測量、折疊、旋轉等活動探究圓的性質的同時，還用注意培養學生推理證明的能力，這是在三角形、四邊形內容之後學生進行推理證明的又一素材。如能利用弧長與圓的周長的關係、扇形面積與圓的面積的關係，推導出弧長和扇形面積的公式，能夠理解公式得來的道理，並可以自行推導公式，而不是死記硬背。

再如，在圓的垂徑定理、切線長定理的證明過程中，一方面通過同學們觀察或折疊不同的圓的方法獲得相應的結論，同時運用邏輯演繹的方法證明定理，使學生體會歸納推理和演繹推理的相輔相成的關係，更好的發展學生的推理能力。

3· 體現知識之間的聯繫，滲透數學思想

雖然作為曲邊圖形的圓與三角形、四邊形等直線形有很多不同的性質，但教學中也要引導學生體會曲邊形與直線形之間的聯繫，如正多邊形的對稱軸數量隨著邊數的增加而越來越多，而圓有無數條對稱軸。

教學中要不斷滲透數學基本思想。尤其是化歸思想，要讓學生學會將新問題通過恰當的方式轉化為已經熟知的問題來解決。在探索圓周角和圓心角關係的過程中，讓學生形成分類討論的意識，明確分類的依據；確定圓的條件不僅僅是一個作圓的問題，而且可以使學生體會在這一過程中所體現的歸納思想。

(三) 評價建議

1. 關注學生對知識、技能的理解和掌握

圓這部分內容涉及較多的概念和相關的性質，因此，對有關概念和性質學習的評價是值得重視的。同時應關注這些概念的生成過程和它們之間的關係。如學生之前已經對圓的有關知識有所瞭解，但還沒有抽象出“平面上到定點的距離等於定長的所有點組成的圖形叫做圓”的概念，教學時要關注學生體會圓的概念的形成過程，評價學生能否通過實例來歸納出圓的定義。

對有關性質學習的評價應更多考查學生是否借助具體的思考方法去理解、對有關計算的評價，應著重考查學生是否懂得了基本的算理，而不是僅僅記住公式。如，對於弧長、扇形面積的公式的學習和應用，要關注學生是否理解公式得來的道理，能否自行推導公式，能否在具體的問題中運用公式解決問題等。

2. 加強過程性評價

注重對學生觀察、操作、推理證明等活動的評價，包括學生在活動中的主動性、參與程度、與同學合作交流的意識、思考與表達的條理性等，同時也要關注學生思考方式的多樣化。如在探究圓的相關性質時，考察學生能否利用先前的知識進行探究；在垂徑定理的探索中，考察學生能否通過觀察圖形，猜想到哪些線段相等？哪些弧相等？能否通過對圓的軸對稱性的理解，理解垂徑定理。

B-5 立體圖形

(一) 目標及內容要求

立體圖形是“圖形與空間”中學習三維圖形初步知識的一部分內容。它與平面圖形有密切的聯繫，它主要包括簡單的立體圖形的側面積與體積的度量，三維圖形的投影等。立體圖形的學習目標主要包含瞭解直棱柱體、圓柱體、圓錐體的側面展開圖，能計算其表面積；掌握圓錐體積的計算公式和方法；瞭解中心投影和平行投影的概念等內容。

立體圖形的具體目標要求如下：

B-5-1 瞭解直棱柱體、圓柱體、圓錐體的側面展開圖，能計算它們的表面積。

學生應該通過實際操作瞭解棱柱體、圓柱體、圓錐體的側面展開圖，根據展

開圖的形狀和已有的公式，計算其側面展開圖的面積。在幾何體側面的展開過程中，可以先操作，之後要給學生提供更多的機會通過想像得出側面展開圖。

B-5-2 掌握圓錐體積的計算公式和方法，並能解決簡單的實際問題。

使學生經歷圓錐體積的計算公式的獲得過程。

B-5-3 瞭解中心投影和平行投影的概念。

結合陽光和燈光等的現實情景，體會中心投影和平行投影的意義，並結合生活經驗、通過實際觀察和想像，瞭解在中心投影和平行投影下物體的影子的變化。

(二) 教學建議

1. 讓學生盡可能的從事觀察、操作、想像、推理、交流等活動，發展學生的空間觀念

在教學過程中，盡可能多的讓學生從事觀察、操作、想像、推理、交流等活動，這樣既能調動學生學習的積極性，又能不斷激發學生的思考與想像，從而使學生在觀察、操作中瞭解一些基本幾何體的側面展開圖，在觀察生活中的現象中瞭解中心投影和平行投影的概念，發展其空間觀念。

教學中教師應盡可能的讓學生通過實際操作瞭解棱柱體、圓柱體、圓錐體的側面展開圖。如在幾何體側面的展開過程中，可以先具體操作，之後再給學生提供更多的機會通過想像得出側面展開圖。根據展開圖的形狀和已有的公式，計算其側面展開圖的面積。

再如，結合陽光和燈光等的現實情景，體會中心投影和平行投影的意義，並結合生活經驗、通過實際觀察和想像，瞭解在中心投影和平行投影下物體的影子的變化。讓學生經歷有關投影的實踐、探索，進一步積累數學活動經驗，增強動手實踐能力，發展空間觀念。

(三) 評價建議

1. 重視對學生參與數學活動過程的評價

本部分內容的學習需要有較多的實踐活動，因此對學生活動的評價是重要的方面。教師應主要評價學生的參與程度、活動過程中的思維方式和思維水準、與同伴合作交流的情況等。

例如，在對學生參與“觀察物體在燈光、太陽光下影子的變化情況”等活動的評價中，一方面關注學生在活動中是否積極主動、樂於助人、與他人合作，是否願意與他人交流自己的想法；另一方面也要關注學生在活動中能否積極思考，提出或回答問題的表現如何，能否探究出解決問題的方法，能否積極的聯想，在活動中所表現的歸納、概括能力如何，能否能夠有條理地表達活動過程和所獲的結論等。

對學生操作性活動水準的評價既要關注他們操作過程是否準確、有效，還要考查他們在操作性活動中表現出來的數學思維水準，以及能否用數學語言與他人有效地交流等。

2. 關注學生空間觀念的發展，結合具體內容評價學生的空間觀念發展情況
空間觀念的發展依賴於多種數學活動，在直棱柱體、圓柱體、圓錐體等幾何體的側面展開圖和物體的中心投影和平行投影的內容學習中，教師要特別關注學生空間觀念的培養和發展水準，關注學生在活動中的抽象思維發展。如能否由立體圖形想像出相應的平面展開圖或由平面圖形想像出相應的幾何體，同時，還要關注學生能否實現從對實物具體操作到對圖形抽象思考的學習方式的過渡。

在對學生的空間觀念的發展情況進行評價時要緊密結合具體的教學內容，如能否抽象出物體的側面展開圖；能否根據獨立的特徵想像它的投影等。教師可以通過課堂觀察、課後訪談、課內外作業、成長記錄等多種方式評價學生的空間觀念的發展狀況。關注學生在多種數學活動中空間觀念的發展。

B-6 銳角三角形

(一) 目標及內容要求

銳角三角形主要是研究直角三角形的銳角與邊的關係，以解直角三角形為主要目的。它主要包括銳角三角函數的概念和解直角三角形。銳角三角形的學習目標主要包含理解銳角三角函數，知道特殊銳角三角函數的函數值，並能利用銳角三角函數解直角三角形以及有關的實際問題等內容。

銳角三角形的具體目標要求如下：

B-6-1 理解銳角三角函數 $\sin A$ ， $\cos A$ ， $\tan A$ ，會計算 30° ， 45° ， 60° 角的三角函數值。

能夠理解直角三角形的相似是定義銳角三角函數的基礎。利用已有的知識能夠得到 30° 、 45° 、 60° 的三角函數值。此外，銳角三角函數的學習目標主要是利用直角三角形的邊角關係解決相關的問題，而不是從函數的角度研究它們。

B-6-2 能用電子計算機求出 0° 至 90° 的角的三角函數值。

B-6-3 能用銳角三角函數解直角三角形。

從三角形全等的判定出發，可以得出，對於直角三角形而言，已知一個特殊銳角（ 30° 、 45° 、 60° ）和任意一邊的長度，就可以求解出直角三角形的其他各個角和邊。

B-6-4 能用直角三角形中的邊角關係解決有關的實際問題。

在電子電腦(器)的說明下，可以解決更多的與直角三角形有關的實際問題。

(二) 教學建議

1· 注重問題情境的創設，培養學生的應用意識和問題解決能力，使學生體會數學與生活的聯繫

銳角三角函數的學習是以解直角三角形為主要目的，因此無論是引入階段還是應用階段，教師都應該創設一定的、符合學生實際的情境，激發學生的學習興趣，使學生感受到數學與現實世界的聯繫。如在引入階段，可以通過梯子的傾斜度、山體的傾斜度等問題情境，引出三角函數的概念。在學習特殊角的三角函數值時，可以用學生熟悉的三角板引入情境，使學生較快進入 30° 、 45° 、 60° 角的三角函數值問題的探索。

在實際應用階段，教師應設計豐富的實例，使學生體會三角函數在解決實際問題中的應用價值。在問題解決過程中，首先要引導學生弄清實際問題的意義，然後逐步把實際問題轉化為數學問題，形成學生的模型意識。另外要注意為學生的問題解決過程搭建腳手架；如對於解決問題中選擇什麼樣的策略，引導學生發現和提出什麼樣的問題，教師都要提供一定的幫助與支持。

2· 在教學中鼓勵學生有條理地進行思考和表達，重視數學思想方法的滲透，促進學生思維水準的提高

在教學中要引導學生通過觀察、分析，發現直角三角形中邊、角之間的關係，讓他們學會有條理地思考和表達。同時，教學中也應注重滲透數形結合的思想方法，引導學生逐步從對具體問題的研究中提煉出數學思想方法。

例如，在探索正切的概念中（如果教學中先從正切概念引入的話），教師要給學生充分的時間，讓學生利用前面學過的相似三角形的知識，去探索對邊比鄰邊與角的大小的關係，進一步概括出正切的概念。在引出正弦和余弦的概念時，可以類比正切概念獲得的過程，從數學的角度直接引入。這樣可以使學生從已學知識進行聯想，加深對概念的理解，從而提升學生的思維水準。在解直角三角形中，讓學生體會到計算中所依據的算理，以及如何根據已知條件去探求結論的思考過程。

（三）評價建議

1· 既要關注學生對於概念的理解，又要考察思維的過程
首先，評價時應關注學生能否正確地理解概念，能否合理地計算特殊角的三角函數值，能否借助計算器進行一般角的三角函數值的計算，計算時能否明確算理；其次，評價時要關注學生思維的條理性和數學語言的表達能力。在學生探索發現直角三角形中的邊角關係時，觀察他們能否有條理地表達自己的想法，如讓學生嘗試用自己的語言定義三角函數。在評價時，關注學生能否形成運用數學思想方法的意識，以及在活動過程中所積累的數學活動經驗和所表現出來的思維水準。

2· 強調真實性、活動性的評價
在評價中，建議關注學生能否積極地投入到實習活動中去，如準備測量儀器、設計實習方案等，並在實習活動中積極想辦法、克服困難、有合作精神等；關注學生能否對所得到的資料進行分析、修改，最終得到比較符合實際的結果；關注學生能否綜合運用，包括直角三角形邊角關係的知識解決實際問題；關注學生的實習報告能否真實地反映學生的活動過程，並且能夠提出有價值的問題。

B-7 座標與變換

（一）目標及內容要求

座標與變換是用運動變化的觀點研究圖形的性質，主要包括直角坐標系的建立、對圖形的軸對稱性與中心對稱性的認識與研究等。學習的目標主要包含瞭解

直角坐標系的相關概念，能在給定的座標中找到點的位置；認識軸對稱圖形、瞭解軸對稱的基本性質，能從動態變換的角度研究等腰三角形、矩形、菱形、圓等的軸對稱性質；認識中心對稱圖形及其相關性質，認識平行四邊形、矩形、菱形、圓等的中心對稱性質等內容；能認識和欣賞自然界和現實生活中的軸對稱圖形和中心對稱圖形。

座標與變換的具體目標要求如下：

B-7-1 瞭解直角坐標系、原點、坐標軸、橫坐標、縱坐標和象限的概念。

結合實際問題，感受物體的位置通常用有序數對來表示，坐標系的建立為物體位置的確定提供可能，體會建立坐標系的必要性。清楚橫、縱坐標的意義。

B-7-2 在給定的直角坐標系中，會根據座標確定點的位置，能由點的位置寫出它的座標。

在平面上的點與其座標的相互轉化中體會點與數對間的對應關係。

B-7-3 通過具體實例認識軸對稱圖形，瞭解軸對稱的基本性質：對稱點所連的線段被對稱軸垂直平分。

生活中的軸對稱現象和軸對稱圖形較為常見，希望學生能夠從數學的角度認識和欣賞這些的圖形；經過抽象，學生應該能夠對軸對稱圖形的對應點及其連線的特點有基本的認識，並瞭解軸對稱圖形的基本性質。

B-7-4 認識等腰三角形、矩形、菱形、圓的軸對稱性質。

從圖形變換的角度研究三角形、四邊形的基本性質，是以動態的方式認識圖形的重要途徑。它與證明的方式認識圖形相輔相成，對發展學生的幾何直觀和推理能力都很重要。

B-7-5 能作點，線段，直線，三角形等一些簡單的軸對稱圖形，認識和欣賞自然界和現實生活中的軸對稱圖形。

在認識軸對稱圖形及其性質的基礎上，學生可以自己進行軸對稱圖形的設計活動，這是認識和欣賞軸對稱圖形的又一次體驗和嘗試，這樣的學習任務又是開放的，希望給學生提供較大的想像和創作空間。

B-7-6 通過具體實例認識中心對稱圖形，認識平行四邊形、矩形、菱形、圓的中心對稱性質。

中心對稱性是一類圖形所具有的另一種屬性，學生經過操作和觀察、想像，能夠認識到平行四邊形、矩形、菱形、正方形、圓的中心對稱性質，並利用這個屬性認識他們的其他性質。如平行四邊形的對角相等、對邊相等、對角線互相平分等。與軸對稱性一樣，圖形的中心對稱性質的研究過程會為學生提供更多的觀

察、動手操作、想像、推理的空間。

B-7-7 能作一些簡單的中心對稱圖形，認識和欣賞自然界和現實生活中的中心對稱圖形。

學生應能運用中心對稱的性質設計圖形，並從數學的角度認識和欣賞自然界和現實生活中的具有中心對稱性質的圖形。

(二) 教學建議

1. 充分挖掘和利用現實生活中的素材，創設適當的教學情景進行教學

在教學中要立足于學生的生活經驗和已有的數學活動經驗，創造性地選用現實生活中有關題材，豐富教學內容。例如，在座標的教學中，教師可以根據本地的生活實際和學生的認知實際，選取更為貼近學生的教學素材（如確定學校的位置、校園中旗杆的位置、學生在班級的位置等），也可以從學生感興趣的情境出發，如選取了“電影院中找座位”、“航海中找目標”、“地圖上確定城市”等素材，但教學尚需要教師一定程度的再創造。教學中教師既可以利用教材上已有的題材，使學生體會到坐標系對位置確定的實際意義。教師也應鼓勵學生用自己的方式來舉例或設計活動來體會確定位置的條件，在過程中體會到：不管用什麼方法來確定一個物體在平面上的位置，都需要一個有序數對。

2. 使學生經歷探索圖形性質的實踐探索活動，發展空間觀念

本部分內容的學習，需要學生對圖形進行觀察、操作、探索和交流，教學時不宜用教師的課堂講解和演示代替學生的動手操作、主動探究與討論交流。

例如，在軸對稱的教學中，讓學生觀察並分析生活中的軸對稱現象，探索軸對稱的性質等活動，學生空間觀念的培養、推理能力的發展、對圖形美的感受等都是這些實踐活動中逐漸發展起來的。因此在教學中應充分利用這部分內容的特點，講觀察、操作等實踐活動以及實踐活動中的思考與交流貫穿於教學過程的始終，使學生體會所學內容與現實世界的廣泛聯繫，體驗軸對稱圖的數學內涵和文化價值，積累豐富的數學活動經驗，發展良好的空間觀念和一定的創新意識。

3. 從變化的角度認識圖形的性質，豐富認識圖形的方法

學生運用演繹證明的方法對三角形、特殊四邊形、圓等圖形的性質進行了推理證明，是學生靜態認識圖形性質的方法。在學習軸對稱、中心對稱等圖形變換

的內容時，又為學生從動態的角度認識圖形提供了方法。因此，教學中，教師要注意引導學生運用運動變化的方法，通過畫圖、折紙等實際操作，認識圖形的軸對稱性、中心對稱性等性質。

（三）評價建議

1· 關注學生參與觀察、操作等活動的主動程度，注重對學生從事各種實踐活動的評價

在本部分內容的學習中有大量的實踐活動，教學中要關注學生參與活動的主動程度。例如，在各種地圖定位中，學生能否發現其中的異同；在“座標與軸對稱”中，能否在未動手之前進行預測並用實際的描點、作圖加以驗證；能否對有關的結論加以合理的推廣、延伸等。

2· 關注學生對思考結果的表達、交流的程度和水準

這部分學習內容的呈現方式豐富多彩、形式多樣，教學中要關注學生能否識別現實生活中大量存在的確定位置的模型；能否借助現實情境理解其中所蘊涵的思想方法；能否將確定位置與座標之間的關係、圖形的座標變化與圖形的軸對稱自然地結合在一起，並用自己的語言加以適當的表達和交流。

3· 關注對學生學習評價的多樣性

學生所學內容的理解和掌握程度的評價，除通常所用的提問（口試）、筆試等方式外，還可以通過必要的畫圖、動手操作，輔以基本條理的語言表達來完成。如可以讓學生用語言來描述，另外的同學根據描述來確定位置，關注學生的語言表達及將語言表達轉化成數學理解的能力。同時，要關注學生個性化的學習需求並給予恰當的評價，由於學生的經歷不同，認知不同，允許存在具有個性化的認識，教師要予以肯定。

再如，在學習座標與軸對稱的時候，學生是先從圖形的對稱角度出發，再發現對應點之間的關係；還是先從關於座標軸對稱的點的座標關係出發，考慮圖形的對稱性，這二種思考角度都要給予肯定，要關注學生是否有思考，並且會從這二個角度認識，在不同的條件下有選擇性的應用。

B-8 尺規作圖與幾何證明

(一) 目標及內容要求

尺規作圖與幾何證明是幾何課程內容不可或缺的一部分，是發展幾何直觀和推理能力的載體。如何進行證明、證明的基本要求和方法等內容是初中階段完成演繹推理的基礎。尺規作圖與幾何證明的學習目標包含掌握尺規作圖的基本技能，能利用最基本的尺規作圖完成符合條件的三角形、圓的作圖，並理解作圖的道理；瞭解證明的步驟與格式、掌握證明的基本方法等內容。

尺規作圖與幾何證明的具體目標要求如下：

B-8-1 能用尺規完成以下基本作圖：作一條線段等於已知線段；作一個角等於已知角；作一個角的平分線；作一條線段的垂直平分線；過一點作已知直線的垂線。

能夠理解“尺規作圖”的基本要求：只限用直尺（無刻度）和圓規兩種工具進行作圖。

B-8-2 會利用基本作圖作三角形：已知三邊、兩邊及其夾角、兩角及其夾邊作三角形；已知底邊及底邊上的高線作等腰三角形。已知一直角邊和斜邊作直角三角形。

在作圖的過程中，要求學生盡可能地從直觀和邏輯的角度思考作圖的思路與依據。

B-8-3 會利用基本作圖作圓：過不在同一直線上的三點作圓。

在作圖過程中，可以讓學生探索作圖的思路，掌握該作圖的基本方法，並能夠嘗試著說出道理。

B-8-4 在尺規作圖中，瞭解作圖的道理，保留作圖的痕跡，不要求寫出作法。

在所有的尺規作圖中，要求學生會按照一定的步驟作出所求圖形來，同時在學習了相關的知識後能夠說明所做的圖形是合乎要求的圖形。例如，利用“作一條線段的垂直平分線”這一基本作圖，學生可以畫出不在同一直線上的三點 A、B、C 中的 AB、BC 的中垂線，然後以它們的焦點為圓心，以交點到三點中任意一點的距離為半徑畫圓，該圓即為所求。學生除了能夠畫出過 A、B、C 三點的圓外，還應該知道：因為所畫的 AB、BC 的中垂線的交點到 A、B、C 三點的距離相等，這樣所畫的圓才過 A、B、C 三點。

B-8-5 瞭解定義、命題、定理、推論的意義。

定義是數學中的基本單元，是關於概念屬性的命題；命題的是對一個事物有所判斷的句子；經證明為真的命題稱為定理，而由定理直接得出的結論稱為推論。

這些概念在學習幾何和圖形性質的證明中都會用到。

B-8-6 瞭解甚麼是證明，證明的必要性，證明的步驟與格式。

實驗、觀察、歸納是人們認識事物的重要手段。通過實驗、觀察、歸納得到的結論都正確嗎？實際上，由實驗、觀察、歸納得到的結論可能正確，也可能不正確。因此，要判斷一個數學結論是否正確，僅僅依靠實驗、觀察、歸納是不夠的，必須進行有根有據的證明。

學生由簡單的推理證明開始學會證明的格式與要求，這個過程是循序漸進的。

B-8-7 能根據定義、公理、定理進行推理，能正確完成對幾何圖形證明的過程。

根據命題中的已知條件，利用已有的定義、公理和已證明的定理，學生應能夠對幾何圖形的性質進行推理證明。

B-8-8 初步認識反例的作用，知道利用反例可以判斷一個命題是錯誤的。

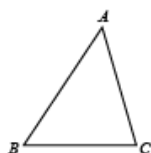
要說明一個命題是假命題，常常可以舉出一個例子，使它具備命題的條件，而不具有命題的結論，這種例子稱為反例，舉反例也是一種證明的方法。

B-8-9 通過實例體會反證法的含義。

反證法是證明方法的一種，先假設命題的結論不成立，然後推導出與定義、基本事實、已有定理或已知條件相矛盾的結果，從而證明命題的結論一定成立。學生應能在簡單的情況下體會反證法的含義，並能進行簡單的應用。

例如命題：在一個三角形中，如果兩個角不相等，那麼這兩個角所對的邊也不相等。

如圖在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B \neq \angle C$ ，此時 AB 與 AC 要麼相等，要麼不相等。假設 $AB=AC$ ，那麼根據“等邊對等角”定理，可得 $\angle C = \angle B$ ，這與已知條件 $\angle B \neq \angle C$ 相矛盾，因此 $AB \neq AC$ 。



B-8-10 在圖形的性質和證明的過程中，養成言必有據的習慣。

(二) 教學建議

1· 明確尺規作圖的含義，能按要求完成尺規作圖，並理解作圖的道理

在教學中，首先應使學生明確尺規作圖與一般的作圖的區別。一般作圖可以使用一切畫圖工具，包括三角尺、量角器等，在操作過程中也可以度量，但尺規作圖只限用直尺（無刻度）和圓規兩種工具進行作圖。直尺只能用來作直線、線段、射線或延長線；圓規可以用來作圓和圓弧。

教學中要引導學生探究如何按要求完成尺規作圖問題，並能說明作圖的合理性。如在“作一個角等於已知角”的過程中，不僅能正確完成尺規作圖要求，還能運用三角形全等的判定條件說明是按一定的步驟作出一個角與已知角相等的，培養學生說理的習慣和意識。

2· 通過尺規作圖開展探究活動，發展學生的空間觀念

尺規做圖的過程實際上也是一個探究的過程。當學生面對一個尺規作圖的問題時，教師可以引導學生思考和想像如何作出這樣的圖形？進一步學生可以展開探究和交流活動，完成尺規作圖的問題。例如，學生在完成“過不在同一條直線上的三點作圓”時，教師可以引導學生進行觀察、測量、推理等探究活動，在這一過程中可以先讓學生過一個點做圓，觀察能做多少個圓？圓心在哪裡？再過兩個點作圓，觀察能作多少個圓？圓心在哪裡？再過不共線的三點作圓，探究如何做出滿足條件的圓來？圓心在哪？再引導學生按照尺規作圖的步驟作出所求圖形來，同時能夠說明其中的道理。

在這個一過程中，學生不僅掌握了這個尺規作圖的方法，同時體會到了不在一條直線上的三點可以確定唯一一個圓的結論。

3· 體會證明的思想，形成證明意識，注重引導學生掌握基本的證明方法

在學習推理證明的適當時候，教師應讓學生知道數學為什麼需要證明，證明的必要性，不僅要從幾何的角度給予認識，還要從代數甚至其他學科、實際生活等角度加以認識。讓學生認識到，說話辦事要有根有據。在數學中，對於猜測、實驗、操作等得到的結論一定要給予證明。數學之外的其他事物，也應該追究其緣由，養成說理的習慣。

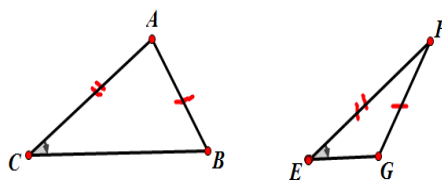
讓學生經歷“探究—發現—猜想—證明”的過程，瞭解實驗、觀察、歸納是

認識事物的重要手段，但通過實驗、觀察、歸納得到的結論不一定正確，要判斷結論是否正確，必須進行有根有據的證明。如三角形的中位線定理，引導學生先觀察、測量發現結論，再進行推理證明結論。發展學生的推理能力，也可以進行適當的證明練習，使學生逐漸能夠根據命題中的已知條件，利用已有的定義、公理和已證明的定理，對幾何圖形的性質進行推理證明

除了歸納、推理證明的方法以外，還要讓學生瞭解反證法，使學生應能在簡單的情況下體會反證法的含義，並能進行簡單的應用；瞭解反例的作用，通過反例否定一件事情，這實際上也是一種證明的方法。

例如，命題：如果兩個三角形有兩個邊對應相等，並且其中一條邊所對的角也對應相等，那麼這兩個三角形全等。

這個命題是真的還是假的？如果是真的，那就要進行嚴格的證明；但是如果我們能夠找到一個例子，說明滿足這樣的條件的三角形不全等，那麼，這個命題就是假的了。如圖所示。



(三) 評價建議

1. 關注過程性評價，結合具體內容評價學生操作水準及證明能力

尺規作圖的水準、證明能力的提高都離不開學生的動手操作和探究活動，在鼓勵學生積極參與觀察、操作、想像、推理等活動過程中，要結合具體的學習內容對學生的證明、作圖活動進行評價。關注學生在實踐操作、探究、合作交流過程中，能否積極的思考問題，是否與同伴合作交流；在尺規作圖中，關注學生是否瞭解作圖的道理；能否掌握作圖操作技能；在推理證明中，能否根據定義、公理、定理進行推理證明。

2. 關注學生對尺規作圖的技能和推理證明方法的掌握

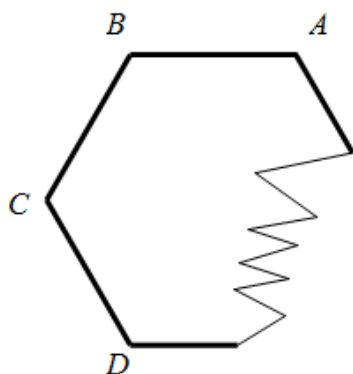
在教學中明確幾何作圖的基本思路和方法，引導學生運用規範性的幾何語言，並在此基礎上規範作圖。如學生在瞭解角平分線畫法原理的基礎上，能否掌握用直尺和圓規畫已知角平分線的方法，並能否說明這樣畫圖的道理。

關注學生對證明意義的理解。是否知道為什麼在數學中要進行證明？學生在進行觀察、操作、探究和證明等活動中，注重對學生思維的評價。如在探究三角

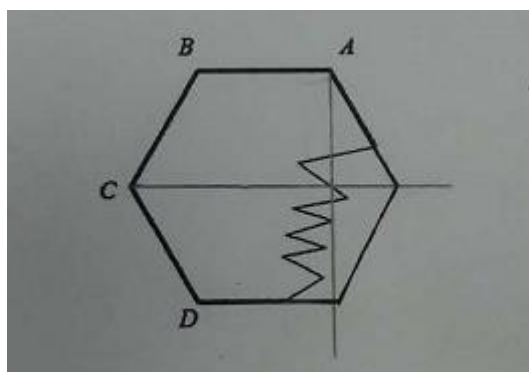
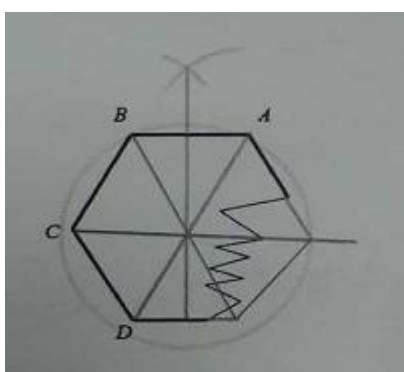
形內角和定理時，學生通過測量、裁剪等操作已經能發現結論，在證明時要注意學生能否從探究活動中獲得證明思路，通過加輔助線來證明。

學生能否在一個利用反證法證明的例子中體會到反證法的運用；能否通過舉反例否定一個命題的成立。

例題：下圖是一塊正六邊形玻璃破損後的形狀， A ， B ， C ， D 是頂點。請你用尺規作圖找到另外兩個頂點。



此題主要考查學生對尺規作圖的掌握情況，教師也可以讓學生在作圖後說明理由，進一步瞭解學生的掌握情況。此題的解答方法並不唯一，學生可以通過延長，然後截取的方法找到點。也可以通過角平分線找到中心，然後找到點。在具體的解答中，部分學生往往有正確的思路，但是作圖方法不規範，或者沒有進行正確的畫圖，教師可以通過學生保留下來的作圖痕跡瞭解學生在尺規作圖方面的掌握情況。



(四) 典型案例

案例一

學習範疇：B-1-4 掌握射線、線段的概念、線段的大小，會比較線段的大小，理解線段的和、差，以及線段中點的意義。

課 題：射線和線段

科 目：幾何

年 級：初一

課 時：40 分鐘

學校及教師：聖若瑟第 5 校 李偉東老師

教學目標：

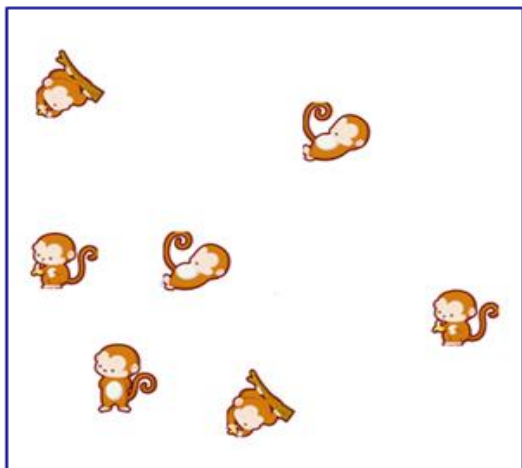
1. 瞭解射線和線段的概念、區別與聯繫，能用合適的方法表示射線和線段。
2. 從生活實際事例到抽象數學概念的過程，培養學生數學抽象思維。
3. 讓學生體會數學與生活的聯繫，提高學生學習數學的興趣。

教學重點和難點：射線和線段的區別與聯繫。

教學過程：

一. 創設情境，激發動機

問題 1



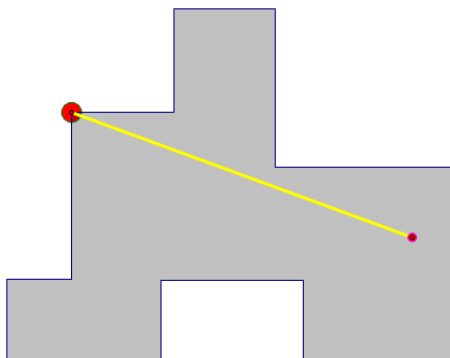
你能用三條線段分割下列這塊正方形林地，把林地內七隻頑皮的猴子完全分隔開？

設計意圖：用學生樂於接受的“遊戲形式”創設情境，激發學生探索問題的主動性和積極性。

問題 2

如圖所示一展覽廳的平面圖，因保安理由需設置多個閉路電視鏡頭，如圖設置的閉路電視鏡頭剛好轉動到能監視到展覽廳的一個角落。

問最少要設置多少個攝像鏡頭才能監視展覽廳的所有地方？



設計意圖：設計啟發性和富有挑戰性的問題，引發學生積極和持續的思考。

二.啟發誘導，探求知識

教師：讓學生觀察下列圖形，說出它們的相同點和不同點，並抽象成幾何圖形。



設計意圖：採用圖片和啟發性問題結合，幫助學生對相關內容的理解掌握。引發學生思考，激發學生進一步思考的慾望。

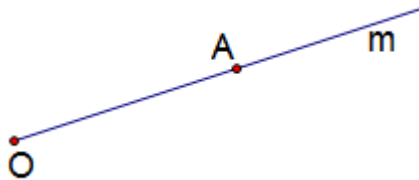
學生：公路的走向，太陽、手電筒和燈塔發出的光束，子彈的飛行路徑，結他的弦，桌球的移動都給人「很直」的感覺。

教師：站在一條筆直公路上，望向公路的前方和後方，都有種一望無際的感覺。太陽、手電筒和燈塔發出的光束，雖然能射向遠方，但只是從一處向某一個方向射出。結他的弦則是有固定長度的。

設計意圖：將實際問題轉化為數學問題，培養學生發現問題，解決問題的能力，逐步培養他們的數學建模能力。

教師：太陽、手電筒和燈塔發出的光束，給我們以射線的形象。

直線上的一點和它一旁的部份叫做射線，這點叫做射線的端點。如圖，直線上點 O 和它一旁的部份是一條射線，點 O 是它的端點。



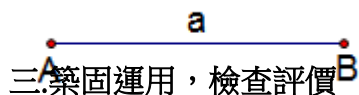
一條射線可以用端點和射線上另一點來表示。如圖，可以記作射線 OA，表示端點的字母要寫在前面。一條射線也可用一個小寫字母來表示，如圖中的射線 OA 可記作射線 m。

畫射線時，如圖中的射線 OA，要畫出射線的端點 O，射線經過點 A 並向 OA 一旁延伸的情況。

設計意圖：讓學生注意圖形的表示方法，如這裡的射線、後面的線段的標記法。

教師：直線上兩個點和它們之間的部份叫做線段，這兩個點叫做線段的端點。像結他的弦，就是線段。

如圖，以 A、B 為端點的線段，記作線段 AB 或線段 BA，也可記作線段 a。連結 AB，就是要畫出以 A、B 為端點的線段。



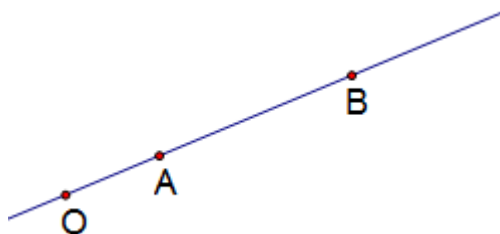
三、鞏固運用，檢查評價

例 1

圖中，射線 OA 與射線 AO 是同一條射線嗎？

射線 OB 與射線 AB 是同一條射線嗎？

射線 OA 與射線 OB 是同一條射線嗎？



設計意圖：學生在學習射線時，學生很容易寫錯”射線 AB 與射線 BA 是不是同一條射線？”之類的問題。因此這問題的設置為學生正確認識射線的表示方法做好了鋪墊。

例 2

圖中的直線上，有哪幾條線段？

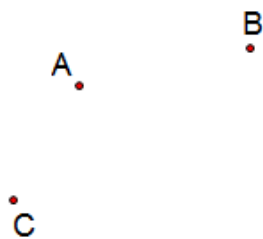


設計意圖：讓學生明確線段的意義，使學生明白像圖中的 AC、BD、AD 等都是線段。

課堂練習

圖中有三點 A、B、C，按照下列語句畫出圖形：

(1)畫直線 AB (2)畫射線 AC (3)連結 BC



設計意圖：學生初學幾何，對於直線、射線、線段的概念，經常容易混淆，通過本題練習，使之得到鞏固。

四.知識小結，佈置作業

射線、線段都是直線的一部份，他們的區別（端點個數、延伸性）：

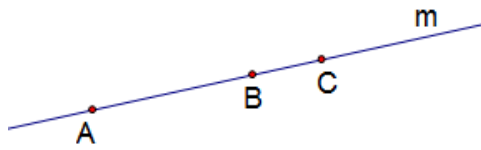
	圖形	表示方法	端點個數	延伸方向個數
直線				
射線				
線段				

作業：

1.如圖，A、B、C 為直線 m 上的三個點，問：

(1) 有哪幾條射段？

(2) 有哪幾條線段？

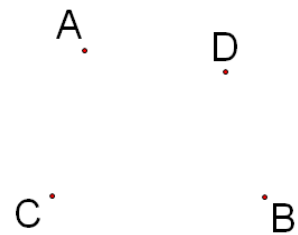


2. 平面上有四個點，按下列語句畫圖：

(1) 畫射線 AC。

(2) 畫直線 AD。

(3) 連結 AB 和 CD，且相交於點 O。




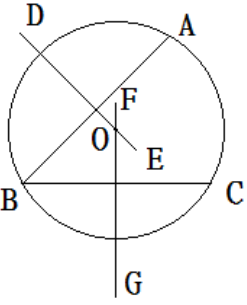
案例一點評

1. 射線與線段是初中學生學習幾何的初始內容之一，也是後續幾何學習所需要的基本概念，教師在教學設計中能夠充分認識這一點，因而設定了較為恰當明確的教學目標：瞭解兩個基本幾何概念的聯繫與區別；經歷從生活實際事例到抽象數學概念的過程等，這樣對培養學生的抽象思維有積極的意義，同時也體會到從現實世界抽象出數學概念的過程；
2. 教師在誘發學生學習新知的階段，能夠列舉恰當的生活事例，引導學生在觀察這些事物的過程中，進行抽象、概括，從而總結出一些事物的共性，這是數學概念形成的一種重要的方式，對學生後續的學習有好處；
3. 教師的組織設計比較重視基礎知識的學習，安排了一定的學習內容和練習說明學生理解概念，說明學生較好的理解射線和線段的練習與區別；小結部分也給學生設計了梳理知識的表格，便於學生整體的把握知識及其聯繫；
4. 對於上課開始教師給出的兩個有趣的活動，從設計上沒有看出教師希望學生什麼時間完成？如果在上課開始時完成，知識準備和時間都不允許；本節課結尾時完成，恐怕對學生的挑戰性也不小，這一點希望教師能夠考慮充分。建議留作課後的作業，這樣一方面學生可以體會線段、射線的概念和應用，也可以用這樣挑戰性的問題激發學生興趣，為不同的學生學習不同的數學創設機會。

案例二：《圓的有關性質》

5. 澳門坊眾學校——關老師

	知識與技能： 1.瞭解不在同一直線上的三個點確定一個圓，掌握過不在同一直線上的三個點作圓的方法。 2.瞭解三角形的外接圓、三角形的外心等概念。 過程與方法： 1.經歷不在同一直線上的三個點確定一個圓的探索過程，培養學生的合作交流和探索能力。 2.通過探索不在同一直線上的三個點確定一個圓的問題，形成解決數學問題的基本策略,進一步體會分類討論和類比的數學思想方法。 情感態度與價值觀： 增強學生的數學應用意識,提高學生學習數學的興趣和積極性。	該節課相對應之基本學力要求	
		編號	相對應之文字表述
活動目標		B-4-2	理解三點定圓定理。
		B-8-3	會利用基本作圖作圓:過不在同一直線上的三點作圓。
		B-8-4	在尺規作圖中,瞭解作圖的道理。
學情分析	知識技能基礎: 1.學生知道經過一點可以畫無數條直線,經過兩點有且只有一條直線等知識。2.初步掌握圓的有關性質。3.已經掌握用尺規作圖作線段垂直平分線。		

	<p>活動經驗基礎:在經過點畫直線等知識的學習過程中，學生具備了一定的合作精神和探究能力，具有一定的分類討論的數學思想方法和類比方法。</p>
<p>重難點分析</p>	<p>重點:掌握過不在同一直線上三點作圓的方法。 (解決辦法:學生自己動手分析歸納,教師作出引導)</p> <p>難點:確定圓的方法:找圓心和半徑。 (解決辦法:學生之間互相討論,老師質疑)</p>
<p>活動過程</p>	<div style="text-align: center;"> <p>一. 設置問題,引入新課</p> <p>五月天要在大球場開一個演唱會,大會已經提供一個的圓弧形舞臺,但五月天想與全部的觀眾多角度接觸,打算把現有的圓弧形的舞臺的基礎上改成圓形。同學們我們能否幫忙完成這個設計?</p> <p>提出問題:1. 決定一個圓的兩個要素:_____、_____; _____確定圓的位置,_____確定圓的大小。</p> <p>二. 回顧舊知,激發探究</p> <p>回顧在之前的學習中我們是如何確定直線:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.過一點可以作幾條直線? 2.過幾點可確定一條直線? 3.引導學生思考:既然點可以作為確定直線的條件,那麼是否也可以作為確定圓的條件呢? <p>三.合作交流,共同探究</p> <p>類比確定直線的方法,用點作為確定圓條件:</p> <p>探究 1:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1)過一個已知點 A 能確定一個圓嗎?(讓學生自己動手完成,大家互相討論) (2)這時圓心和半徑都是確定的嗎? <p>探究 2:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1)經過兩個已知點 A, B 能確定一個圓嗎?(讓學生自己動手完成,大家互相討論) (2)如何確定圓心才能使圓心到兩個點的距離相等? (3)這時圓心和半徑都是確定的嗎? <p>探究 3:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1)經過三個已知點 A, B, C 能確定一個圓嗎? (2)如何確定圓心才能使圓心到三個點的距離相等?能否受到上一個探究的啟發呢? (3)這時圓心和半徑都是確定的嗎? <p>先討論:①過不在同一直線上的三點 A、B、C 作圓。 教師在黑板演示作圖及作法: 已知:不在同一直線上的三點 A、B、C</p> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div>

求作： $\odot O$ ，使它經過點 A 、 B 、 C

作法：1. 連結 AB ，作線段 AB 的垂直平分線 DE 。

2. 連結 BC ，作線段 BC 的垂直平分線 FG ，交 DE 於點 O 。

3. 以 O 為圓心， OB 為半徑作圓。 $\odot O$ 就是所求作的圓。

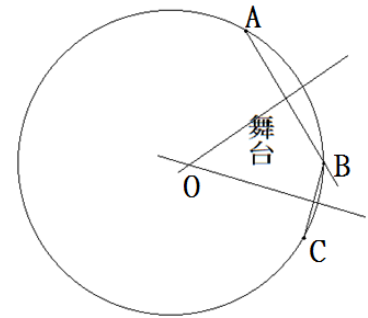
由作法可知，線段 AB 、 BC 的垂直平分線有且只有一個交點，所以經過不在同一直線上的三點 A 、 B 、 C 可以作一個且只可以作一個圓。

再討論：②過同一直線上三點能否作圓？ 先讓學生用圓規和直尺按照上面的作法作圓，看能否作出圓來，再讓學生解釋為甚麼同一直線上三點不能作圓。

發現結論：

定理：不在同一直線上的三個點確定一個圓。

(強調“不在同一直線上三點”，講明“確定”的含義：過不在同一直線上三點能作圓，且只能作一個圓，“存在性和唯一性”)



四. 應用舉例,鞏固新知

1. 解決初始問題：(讓學生自己回答)

方法：①在圓弧形舞臺上任取三點 A 、 B 、 C ，連結 AB 、 BC 。

②分別作 AB 、 BC 的垂直平分線交於 O 點

③以 O 點為圓心， OA 為半徑作圓，得到的圓形就是五月天要求的舞臺。

2. 破鏡重圓：

小明不慎把家裡的圓形鏡子打碎了，其中四塊碎片如圖所示，為了配到與原來大小一樣的圓形鏡子，小明帶到商店去的一塊碎片應該是 ()

- A. 第①塊 B. 第②塊
C. 第③塊 D. 第④塊

五. 介紹概念：

思考：經過三角形三個頂點是否可以作圓？

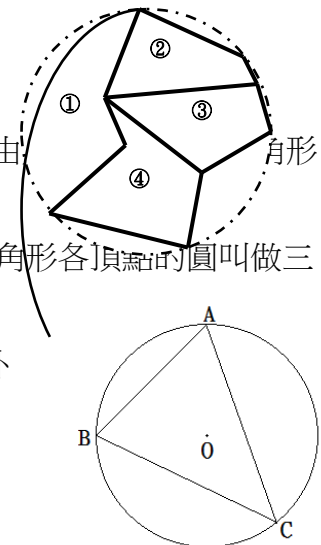
由於任意一個三角形的三個頂點是不在同一直線上，所以由三個頂點可以作圓且只能作一個圓。

相關概念：(1) 三角形的外接圓和圓的內接三角形：經過三角形各頂點的圓叫做三角形的外接圓；這個三角形叫做這個圓的內接三角形。

(2) 三角形的外心：三角形的外接圓的圓心叫做三角形的外心。

即時練習：如圖： $\odot O$ 叫做 $\triangle ABC$ 的_____；

$\triangle ABC$ 叫做 $\odot O$ 的_____；點 O 叫做 $\triangle ABC$ 的_____。



	<p>由作圖方法可知:三角形的外心是三角形三邊_____的交點,它到三角形三個頂點的距離_____。</p> <p>六.動手操作，再探新知</p> <p>讓學生畫出銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形的外接圓並討論交流它們外心的位置。</p> <p>利用所學知識解答：</p> <p>1.判斷題：</p> <p>(1) 經過三個點一定可以作圓； ()</p> <p>(2)任意一個三角形一定有一個外接圓,並且只有一個外接圓;()</p>
活動資源	<p>(3) 任意一個圓一定有一個內接三角形, 並且只有一個內接三角形; ()</p> <p>(4) 三角形的外心到三角形各頂點的距離相等. ()</p> <p>2. 下列命題不正確的是()</p> <p>A.過一點有無數個圓。 B.過兩點有無數個圓。C.弦是圓的一部分。 D.過同一直線上三點不能畫圓。</p> <p>3. 三角形的外心具有的性質是()</p> <p>A.到三邊的距離相等。 B.到三個頂點的距離相等。C.外心在三角形的外。 D.外心在三角形內。</p> <p>七.共同小結:</p> <p>這堂課的收穫:</p> <p>(1)只要確定了圓心和圓的半徑,這個圓的位置和大小就唯一確定了。</p> <p>(2)不在同一直線上的三點確定一個圓。</p> <p>(3)外接圓、外心的概念。</p> <p>(4)作圖關鍵:確定圓心和半徑,由於作圓要經過已知點,如果圓心的位置已經確定了,</p> <p>圓的半徑隨之確定,因此作圓的問題就變為找圓心的問題。</p> <p>(5)通過分類討論和類比於確定直線的方法,找出確定一個圓的結果。</p>

點評：

該教學設計突出了如下幾個特點：

1.關注在解決問題過程中掌握數學知識

問題解決關注的是學生的高級思維。本案例在設計中，選擇了具有現實意義的問題，讓學生經歷從現實問題中運用所學的知識去解決的過程。在教學設計中遵循著現實情境——數學抽象——數學知識的獲得——解決現實問題——拓展知識和鞏固聯繫。讓學生在解決改造舞臺，修復鏡片的過程中，學習不在一條直線的三點如何確立一個圓。

2.關注數學的探究活動

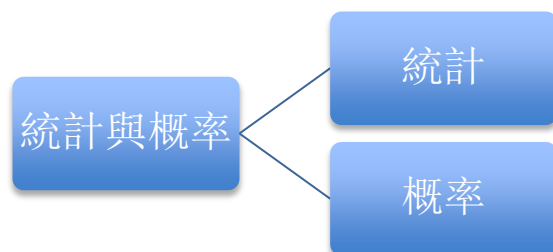
學生探究是思維發展的重要過程。學生在學習抽象的幾何定理和證明時，往往需要嚴密的邏輯思維過程。為了幫助學生更好地理解命題和證明，本設計採取了一系列探究的方式，讓學生探索一個點、兩個點和三個點的規律，進而發現命題，獲得結論，並用嚴格的方式進行證明。實現了從直觀到抽象，從歸納到演繹的思維過程。

3.在問題的設計中突出層次性和遞進性，符合學生的認識發展規律。

由於學生的認識的是由低到高的過程。本案例中的問題設計是層層遞進，使得學生能從比較簡單的問題逐步向較難的問題發展。符合學生的認知發展規律。在本案例中，無論是教學活動的設計，還是練習題目，以及總結題目的設計，都體現出由易到難的特點。

三、統計與概率

內容結構



C-1 統計

(一) 目標及內容要求

統計的具體目標要求如下：

C-1-1 瞭解抽樣調查、處理數據、分析數據、統計推斷的統計基本過程。

結合學生熟悉的生活實例或熱點問題，向學生介紹統計的基本過程：抽樣調查、收集資料、分類整理、製作圖表、分析結果。

分析介紹統計學在日常生活、社會生活及科學領域中的應用實例，初步培養學生有意識地從統計的角度思考有關問題。

C-1-2 瞭解抽樣的必要性，體會總體與樣本之間的關係。

結合具體例子介紹統計調查方法：全面調查與抽樣調查。瞭解抽樣調查的必要性與樣本選擇的代表性，瞭解簡單隨機抽樣與分層抽樣。

明白總體與樣本之間的關係，能指出總體、個體、樣本，認識到不同抽樣可能得到不同的統計結果。

例如：設計調查方法，瞭解本班同學對新聞、體育、動畫、娛樂、戲曲五類電視節目的喜歡情況。調查的結果適用於本年級的所有同學嗎？適用於全校的所有同學嗎？適用於本地區的所有電視觀眾嗎？如果不適用，應當如何改進調查方法？

C-1-3 會製作或用電腦軟體製作棒形統計圖、折線統計圖、圓形統計圖等不同的統計圖。

在學生小學學習的基礎上，介紹棒形統計圖、折線統計圖、圓形統計圖的形式，以及反映資料的特點、繪製的方法與步驟。

利用數學統計軟體 Excel 繪製統計圖。

結合實際問題，要求學生能根據資料的特點，選擇合適的統計圖來直觀地表達資料。

對於給定的棒形統計圖、折線統計圖或圓形統計圖，能夠從中獲得有關的資訊。

C-1-4 瞭解頻數的意義，能根據數據製作頻數分佈表和頻數分佈長條圖，並能用於解釋有關的實際問題。

瞭解頻數以及頻數分佈，掌握劃記法，會用表格整理資料表示頻數分佈，體會表格在整理資料中的作用。

掌握利用長條圖描述資料的基本過程：將資料分組，計算最大值與最小值的差（極差）；決定組距和組數；列頻數分佈表；畫頻數分佈長條圖。

掌握根據頻數分佈表和頻數分佈長條圖作出頻數分佈折線圖的方法。

會用簡單頻數分佈長條圖（等距分組）和折線圖描述資料，進一步體會統計圖表在描述資料中的作用。

C-1-5 掌握平均數、中位數、眾數、極差、方差、標準差等概念，會計算或會用計算器計算這些統計量解決簡單的統計問題。

結合實例分析，進一步理解平均數、中位數和眾數的統計意義。

會計算平均數、中位數和眾數，能選擇適當的統計量表示資料的集中趨勢。

結合實例分析，理解極差、方差與標準差的統計意義。

會計算極差、方差、標準差，會用他們表示資料的波動情況。

能用計算器的統計功能進行有關統計量的計算，進一步體會計算器的優越性。

會用樣本平均數、方差估計總體的平均數、方差來解決簡單的統計問題，體會用樣本估計總體的基本思想。

C-1-6 理解加權平均數的概念，會計算一組數據的加權平均數。

理解加權平均數（weighted average）的概念，理解“權”的意義。

會計算一組資料的加權平均數。

例如：某人射擊十次，其中二次射中 10 環，一次射中 9 環，三次射中 8 環，四次射中 7 環，求他平均射中的環數。（普通的加權平均數計算）

又如：甲的平時測驗成績是 80 分，期末考試成績是 90 分。如果平時測驗成績占 40%、期末成績占 60%的比例。那麼甲的平均成績是多少？（含有百分比的加權平均數計算）

再如：學校隨機抽取了 100 名學生，測量了他們的身高 x （單位：cm），結果如表中所示：

身高範圍 (cm)	組中值	人數
$130 \leq x < 140$	135	4
$140 \leq x < 150$	145	11
$150 \leq x < 160$	155	31
$160 \leq x < 170$	165	46
$170 \leq x < 180$	175	8

則這 100 名學生的平均身高是多少？（使用組中值的加權平均數計算）

學會使用科學計算器計算加權平均數。

C-1-7 在統計活動中，培養科學的態度和用數據說話的意識。

例如：統計某商店一個月幾種商品的銷售情況，以對這個商品的進貨提出你的建議。

（二）教學建議

1. 通過實際問題培養學生的資料分析意識

資料分析是統計的核心。教學時盡可能地從學生熟悉的實際問題入手，讓學生瞭解在現實生活中有許多問題應當先做調查研究，收集資料，通過分析作出判斷，體會資料中蘊含資訊。教學中應安排大量的學生活動，有利於培養學生的資料分析意識，體會有很多事情通過資料分析可以抓住本質。

抽樣是資料收集的重要方法，在教學中要讓學生理解抽樣的必要性，並通過實際問題讓學生認識到樣本應該具有代表性。同時，教學中通過大量的實例讓學生瞭解，在現實生活中，抽樣是普遍的，而普查是少量的。此外，教學中要明確並非所有的問題都是抽樣越多越好。

例如：教學中安排“利用樹葉的特徵對樹木進行分類”的活動。學生先通過資料收集和分析知道一些樹的樹葉的長與寬的比；對於新採集到樹葉，通過長與

寬的比來判斷這個樹葉是屬於哪種樹。通過這個實踐活動，有利於培養學生的資料分析意識，體會收集與整理資料的意義。

此外，通過這個學習活動，學生還能知道資料不僅僅是別人提供的，還可以自己收集；對於同一種樹，樹葉的長與寬的比也可能是不一樣的，進一步感受資料的隨機性；體會只要有足夠的資料，就能分析出一些規律性的結論。

2· 通過實踐活動培養學生解決問題的能力

統計的學習，實際是統計活動的教學。教學中安排一些統計的綜合實踐活動，提高學生運用資料分析問題、解決問題的能力。在統計的綜合實踐活動的教學中，要特別注重讓學生經歷“收集資料—整理資料—分析資料—作出判斷”的資料處理的全過程，鼓勵學生運用所學的方法，盡可能地從資料中提取有用的資料，學習一些資料處理的方法，運用所學知識和方法去解決實際問題。

例如：教學中安排“空氣品質狀況調查”的實踐活動，學生調查所在城市某段時期內空氣品質的狀況，經歷一次統計實踐活動的全過程。在活動的設計中，可以分為以下幾個步驟：調查抽樣、收集資料；分組整理，用電腦或手工繪製統計圖；計算出平均數、中位數和方差等統計量；做出統計分析和評估。

3· 通過統計活動培養學生嚴謹的科學態度

在學習刻畫資料集中趨勢的統計量——平均數、中位數、眾數、極差、方差、標準差等概念時，教學中要注意不是單純學習名詞和計算方法，還要引導學生能夠根據問題的背景選擇合適的方法和統計量，瞭解對於同樣的資料可以有很多種分析方法，明確統計學對結果的判斷標準是“好壞”，而不是“對錯”。此外，教學中培養學生正確掌握資料的收集、整理和表示的方法，養成認真、嚴謹的科學態度和用資料說話的求實精神，培養與資料打交道的情感，引導學生逐步意識到統計是一個逐漸改進和完善的過程，並體驗數學與生活的聯繫。

例如：教學中安排“比較自己班級與別的班級同學的身高狀況”的活動。對於兩個班級學生身高狀況比較，通常可以通過平均值來判斷，但有時候僅僅通過平均數是不夠的，如果一個班同學之間身高差異很大，而另一個班同學之間身高差異很小，即使前一個班的平均高一些，也不能說這個班的整體狀況很好。因此，在判斷身高狀況時，不僅要看平均值，還需要參考方差。進一步，可以引導學生

逐漸深入地進行資料分析，可以要求學生把身高分段，畫出頻數長條圖，並引導學生討論，通過長條圖是否能得到更多的資訊。

4· 提升學生應用現代資訊技術的能力

教學中合理地應用現代資訊技術，注重資訊技術與課程內容的整合。教學中注重引導學生用電腦繪製統計圖或用計算器完成統計量的計算，從簡單的統計軟體與統計工具中選擇合適的提供給學生學習，提高資料處理的效率，豐富學生處理分析資料的方法，感受現代資訊技術的廣泛應用，使學生樂意並有可能投入到現實的、探索性的數學活動中去。

(三) 評價建議

1· 關注學生對基本概念、基本技能的掌握和理解

統計的內容中有很多概念，如總體、個體、樣本、平均數、中位數、眾數、極差、方差、標準差、頻數分佈表和頻數分佈長條圖（折線圖）等，教學中應更多關注學生對這些統計概念的本質和作用的認識，所以考查學生是否真正理解這些概念，不能單純地看學生能否記憶這些概念的定義或公式，而應注重對概念實質的理解，關注學生能否明確它們的不同適用範圍，能根據實際問題的需要，選擇合適的統計概念來刻畫資料。對知識技能的評價應當更多地關注學生對統計概念的意義的理解和在新情境中的應用，而不僅僅是記憶和熟練程度。

例如：班級同學的身高狀況的調查活動

學生完成收集資料的活動後，對全班同學的身高的資料進行進一步的整理，然後進行分析。學生可能會畫出不同的統計圖：棒形統計圖有利於直觀瞭解不同高度的學生數及其差異；圓形統計圖有利於直觀瞭解不同高度的學生占全班學生的比例及其差異；折線統計圖有利於直觀瞭解幾年來學生身高變化的情況，預測未來身高變化趨勢。教學中還可以引導學生討論用什麼資料來代表全班同學的身高，自己的身高在全班的什麼位置等等問題。

教學中不僅關注學生是否能正確畫出圖表，更關注學生能否從獲取資訊的角度分析出不同統計表的優劣，還可以鼓勵學生根據實際問題自己來創造圖表，通過學生的回答在數學思考和問題解決中給予多種形式和方法的評價。

2· 關注學生運用統計知識解決實際問題的能力

對於運用統計的知識解決實際問題，不僅要關注學生理解和掌握統計概念和公式的情況，還應當關注學生解決統計問題的全過程。在評價中關注學生能否嘗試用不同方法收集資料，是否加深了對每種方法適用性的認識，能否表達自己解決問題的過程，能否獲得實際問題的答案，並檢驗、解釋統計結果的合理性，發展學生解決實際問題的能力。

在設計統計活動時，建議教師設計一定的層次。第一個層次可以以例題的方式展示資料的收集、整理、分析以及得出結論的全過程；第二個層次可以給出從事這個活動的主要步驟，而資料的收集、整理、分析以及得出結論的過程等通過學生的活動自己來完成；第三個層次則只需給出一系列具體的任務，其他全部都讓學生自己去完成。通過設計不同層次的統計活動，評價學生在不同層次活動的每一個方面表現，同時注重對學生學習過程的整體評價，分析學生在不同階段的表現特徵和發展變化。評價時應採取靈活的方式記錄、保留和分析學生在不同方面的表現。

3· 關注學生對統計結果進行的初步判斷

統計方法的作用，在於利用資料所提供的資訊，說明人們做出盡可能正確的歸納。在教學過程中，不僅關注學生利用統計解決問題、作出決策的能力，更關注學生能否從問題出發思考需要收集哪些資訊、如何收集資訊、如何表達資訊、如何作出客觀的初步判斷，讓學生逐漸體會為什麼要用統計，統計到底能帶給我們什麼？同時關注學生的批判性思維的培養：樣本的選取是否具有代表性，收集資料的方法是否合理；整理和分析資料的方法是否合理，作出的推斷是否合理；調查結果和預想結論一致嗎，不一致的原因是什麼。

例如：某購物廣場張貼了一條廣告：“本購物廣場舉行抽獎活動，共設獎金 20 萬元，最高獎 1 萬元，平均每份獎金達到 200 元。每位顧客消費滿 500 元就有機會獲得獎券一張，中獎率 100%。”

小紅在此購物得到獎券一張，撕開後發現獎金為 10 元，小紅感到很失望。於是她又詢問周圍其他顧客的開獎情況，發現一個也沒有超過 50 元的，小紅感到自己被廣告誤導了，於是氣憤地去找購物廣場經理討個說法，經理安慰她說購物廣場不存在欺騙行為，並向她出示了下面這張獎金分配表：

	一等獎	二等獎	三等獎	四等獎	五等獎
獎金額（元）	10000	6000	1000	50	10
中獎人數（人）	3	10	87	350	550

小紅通過計算，發現平均每份獎金確實是 200 元，雖然心裡仍是想不通，但也無話可說。你能幫小紅分析分析，是誰誤導了顧客呢？

在解決這個問題時，學生需要理解不同的統計概念（平均數與眾數）的作用和意義，分析不同的統計概念在反映資訊時的優劣，如何評價這種優劣和不同。在學生寫下自己的答案之後，還要求他們描述自己的思路，這是一種數學交流能力的體現，也考察了他們能否完整清晰地表達對統計資料進行的判斷，逐漸培養學生對統計結果進行批判性思維的能力。

C-2 概率

（一）目標及內容要求

概率的具體目標要求如下：

C-2-1 結合具體實例感受隨機現象，瞭解簡單隨機事件概率的含義。

C-2-2 能區分必然事件與隨機事件，會用列表法和樹狀圖計算等可能事件發生的概率。

理解什麼是必然事件、不可能事件和隨機事件。

在具體情境中瞭解概率的意義，體會概率是描述不確定現象發生可能性大小的數學概念，理解概率的取值範圍的意義。

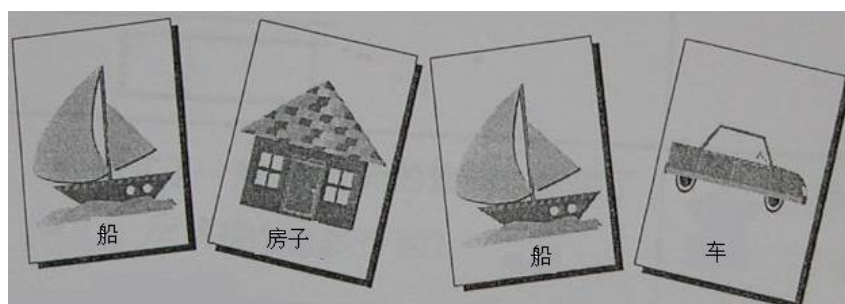
能用枚舉法（包括列表法和畫樹狀圖法）計算簡單事件發展的概率。

例如：一個盒子中裝有 3 個黃球和 3 個紅球，任意摸出一個球後放回，求兩次都摸到紅球的概率？

C-2-3 認識到通過大量地重複試驗，可以用頻率來估計概率。

能夠通過試驗，獲得事件發生的概率；知道大量重複試驗時頻率可作為事件發生概率的估計值，理解頻率與概率的區別與聯繫。

例如：將下面這些卡片混在一起，從中任意選取一張卡片，這張卡片是船的概率是多少？是車的呢？



例如，通過實驗獲得圖釘從一定高度落下後針尖著地的頻率。

(二) 教學建議

1· 通過試驗活動提高對隨機現象的認識

隨機現象在日常生活中大量存在，這是人們對客觀世界中某些現象的一種描述。初中階段學習概率的知識是為了研究隨機現象，提高學生對隨機現象的認識。

隨機現象是指在相同條件下，做重複試驗出現的不確定現象。在教學中設計豐富的試驗、遊戲，組織學生每人都去完成試驗，統計全班試驗的結果，這個結果就是同一個實驗重複試驗的結果。每一個學生通過親自試驗和收集資料，分析資料並發現其中蘊含的規律，積累大量的活動經驗，體驗資料的隨機性，提高對隨機現象的認識。

學生對於隨機現象存在著一些錯誤的理解，比如擲一枚均勻硬幣，連著擲 10 次恰好都出現了“正面朝上”，第 11 次他就會覺得出現“反面朝上”的概率大了，最好的方法就是讓學生親自做試驗，逐漸消除學生存在的錯誤理解。教學中可以設計兩個試驗，讓學生體會結果的隨機性。第一個環節是，兩人一組做 20 次試驗，並記錄資料，學生通過擲圖釘會發現：每次擲之前不能確定哪一面朝上；第二個環節是將每組 20 次的試驗結果匯總列在一張表裡，學生通過觀察會發現：儘管在儘量保證試驗條件相同的情況下擲圖釘，相同試驗次數得到的頻率卻不一定相同。

2· 通過試驗活動體會概率的意義

計算概率的值是去刻畫概率的一種方式，不是最終的目的。有時學生即使學會計算簡單的概率，也不一定能正確理解計算的結果，在正確答案背後也可能有錯誤的理由。因此，概率教學需要較長時間來體會概率的意義，建立正確的概率

直覺。

學生對概率有很多錯誤的認識。比如：擲 1 枚均勻的硬幣，出現“正面朝上”的概率為 $\frac{1}{2}$ ，這個結論對大部分學生而言都能得到，但 $\frac{1}{2}$ 究竟表示什麼意思？並不是所有學生都能正確理解，有的學生往往錯誤地理解為每擲 2 次就一定出現 1 次“正面朝上”。

在概率的教學中，對一些學生容易產生誤解的地方，可以採用試驗的辦法幫助理解。當面對某一個不確定事件時，不妨建議學生首先猜測或估計這一事件發生的可能性，再通過真實的資料、樂於參加的遊戲活動、試驗類比等方式，將試驗結果與自己的猜測進行比較，驗證自己開始的猜測或意識到原有的錯誤認識，並逐步修正自己的原有經驗，將自我經驗和概率理論聯繫起來，以獲得對概率的良好直覺。

3· 正確理解概率和頻率的關係

對頻率與概率之間關係的理解一直是概率教學過程中的一個難點，教學中可以從三個方面幫助學生進行理解。

(1) 在做大量重複試驗時，隨著試驗次數的增加，一個隨機事件出現的頻率應該穩定於該事件發生的概率。事件的頻率與概率既有區別又有聯繫：事件的頻率在每次試驗中不同，是個變數，而事件的概率 P 是個常數；但它們之間又有密切的聯繫，隨著試驗次數的增加，頻率越來越穩定於概率。

(2) 當試驗次數 n 很大時，常用事件發生的頻率作為它的概率的估計值。但在具體操作過程中，學生往往發現：雖然多次試驗的頻率逐漸穩定於概率，但可能無論做多少次試驗，試驗頻率仍然只是理論概率的一個近似值，而不能等同於理論概率值，兩者存在著一定的偏差。

例如：在拋一枚均勻硬幣的試驗中，學生經常會提出類似以下的問題：正面朝上的頻率到底是穩定在一個常數附近還是在一個範圍裡？怎樣確定這個常數是 0.5？為什麼常數不取 0.51 或 0.49？出現頻率偏離概率較大的情形是可能的，並且是正常的，這是隨機現象的特性。

(3) 在實際應用中，當試驗次數越大時，出現極端情況的可能性就越小。因此，我們常常通過做大量重複試驗來獲得事件發生的頻率，並用它作為概率的

估計值。試驗次數越大，得到的估計結果就越可靠。在用頻率估計概率的課堂教學中，可以將全班分成若干組，以小組為單位分別進行試驗，並將各小組的試驗結果進行匯總，以便得到較大的試驗次數，保證估計結果的可靠性。

4· 通過實踐活動培養學生動手能力和創新精神

概率在日常生活和現代社會中有著廣泛的應用，在教學中應該提供大量的實際問題，讓學生體會概率學習的必要性及概率的作用。在概率教學中，試驗活動具有重要作用。

通過大量的試驗活動，將學生的知識基礎和生活經驗聯繫起來，提高學生的學習興趣。教學中教師可以結合學生和學校實際，創造性地使用教材，設計蘊含典型實例的教學情境，激發學習興趣，引導學生主動觀察、分析、推理和判斷，使學生體驗學習成功的同時，感受到概率知識的實踐性和重要性。

通過概率的教學，縮短學生與現實社會之間的距離，並能用隨機觀念等來解決一些現實問題。學生通過親自實驗和操作，有利於學生建立自信心，提高學生靈活處理問題的能力，培養學生動手能力和創新精神，認識到概率在生活中的廣泛應用，體會生活中無處不在的數學樂趣。

5· 提升學生應用現代資訊技術的能力

隨著現代資訊技術的發展，電腦的日益普及使學生更加有效地學習概率的內容。電腦可以大大提高資料處理的時間和顯示的效果，讓學生可以執行以前繁重的任務，可以使學生有充分的時間來探究概率的本質，例如讓學生借助電腦的類比功能體會隨機思想。同時，資訊技術簡化了資料組織和分析過程，有利於學生更加專注思考、推理及問題解決。

在概率教學中，教師要結合實際情況，充分利用計算器、電腦、統計軟體、網路資源和多媒體技術等現代手段，進行概率實驗的類比設計，各種資料的分析和處理，從而更好地理解概念，體會思想方法。

(三) 評價建議

1· 關注學生對基本概念的理解

在初中數學中，代數、幾何等內容與概率的內容具有很不相同的特點，概率

的認識方式比較獨特，學生容易產生認識誤區。教學中應更多關注學生對相關概念本質的認識，所以考查學生是否真正理解這些概念，不能單純地看學生能否記憶這些概念的定義或公式，而應注重對概念實質的理解。對知識技能的評價應當更多地關注學生對概率相關概念的意義的理解和在新情境中的應用，而不僅僅是記憶和熟練程度。

比如：甲廠生產某產品，它的次品率很低，是 0.001，乙廠生產同樣的產品，但次品率很高，是 0.1。假設這兩個廠的其他條件（如外觀、價格等）都是一樣的。某人知道這兩個廠各自的次品率，就去甲廠買了，但偏偏就買到了次品。而另一個人不知道次品率，就去乙廠買，買到的卻是正品。這種情況確實會發生。此時，學生會產生疑問：知道概率的人卻買回了次品，那學習概率到底有什麼用？

教學中通過設計豐富的課堂討論活動，考查學生對概率的理解，體會概率在現實中的應用意義：（1）這種情況會發生嗎？這是完全可能發生的，無法避免，這是隨機現象的特徵。你去甲廠完全可能買到次品，而到乙廠可能買到的卻是正品。（2）在上述情形無法避免的前提下，你該如何決策？你應該去買哪一個廠家的產品？顯然，知道上述概率對人們是有指導意義的，人們應該會去買甲廠的產品。

在評價中關注學生對於在具體問題中概率的計算，同時也要關注學生對於概率的進一步理解和應用。可以通過一些讓學生進行設計、構造的方式，體會不同情況下概率的變化。

例題：糖果盒內有包裝完全相同的 7 顆糖，牛奶糖 3 顆，水果糖 2 顆，咖啡糖 2 顆。小明設計了一個遊戲規則：他從盒子內隨機拿出一顆糖，如果拿出牛奶糖那麼小婷贏，否則小麗贏。小婷認為這個遊戲不公平，請你解釋她的理由。

對於此題，主要考查學生對概率的理解情況，在實際問題中如何計算概率。此題中學生會誤將牛奶糖與水果糖或者咖啡糖進行單獨比較，認為牛奶糖比其它糖多，所以產生不公平。還有學生會認為三種糖果數量不一樣，所以不公平。這兩種情況都屬於對題意理解不清楚，或者對“隨機”的認識不到位。另外還有學生在計算概率時出現錯誤，而在能夠作出正確判斷的學生中，會有學生通過樸素的認識進行判斷，並不能計算出準確的概率數值。通過這樣的問題可以考查出學生在概率的理解和計算中的掌握情況。

因為牛奶糖有3粒，但其他兩種糖只有2粒，所以抽到牛奶糖的機率比較高，所以並不公平。

答：因為三類糖果的數目不一樣，應該每類糖果都有三顆，而且給小婷抽先，這樣她就感覺公平了。

因為小婷她有 $\frac{3}{4}$ 機會會贏，而小強只有 $\frac{1}{4}$ 機會會贏。

解：因為水果糖加咖啡糖是等於4顆，牛奶糖是3顆，牛奶糖較少，所以不公平。


2. 注重對學生數學學習過程的評價

概率的教學是大量豐富試驗、遊戲的教學，教學過程中以試驗問題為載體，學生活動為主線，為學生提供了探究問題、分析問題、解決問題的活動空間。教學中注意觀察學生在試驗各環節中的表現，能否做到主動參與學習活動、積極的探究和主動地與他人合作交流。對學生在學習過程的良好表現及時鼓勵，通過對學生收集試驗資料與試驗結論的評價，及時肯定學生表現出的創新能力和解決問題的能力。

在評價學生每一個方面表現的同時，要注重對學生學習過程的整體評價，分析學生在不同階段的表現特徵和發展變化。評價時應採取靈活的方式記錄、保留和分析學生在不同方面的表現。還可以通過建立成長記錄等方式，使學生記錄和反思學習數學的情況與成長的歷程。

(四) 典型案例

案例一

 粵華中學					
課題	第 20 章 數據的分析 – 初二丙班零用錢調查報告	備課時間	2016 年 4 月 26 日	教師姓名	林佩霞
課型	課後應用	上課時間	2016 年 6 月 22 日	課時	80 分鐘
教學目標	知識與技能	通過統計調查活動體會解決實際問題的思想、方法和策略			
	過程與方法	培養學生的實踐能力以及合作交流能力，建立統計觀念			
	情感態度與價值觀	領略到數學除可用作計算和驗證的工具外，更可作為溝通的重要語言			
學生已有知識		已學會了如何計算平均數、加權平均數、中位數、眾數、方差			
教學重點	從實際例子中看出平均值有時並不能代表最公平的答案，反而中位數和眾數可以				
教學難點	明白每一種統計方法的表述數字都可能會有誤差性，要懂得小心處理				
該課節相對應的基本學歷要求	編號	相對應的文字表述			
	C-1-1	瞭解統計的基本過程，認識到統計學在日常生活、社會生活及科學領域中的應用			
	C-1-3	會製作(或用電腦軟件製作)並選用不同的統計圖(如棒形統計圖、折線統計圖、圓形統計圖)，能直觀、有效地描述數據，並通過統計圖獲取有關信息			
	C-1-5	掌握平均數、中位數、眾數、極差、標準差等概念，會計算(或會用計算器計算)這些統計量，並能用於解決簡單的統計問題			
	C-1-6	理解加權平均數的概念，會計算一組數據的加權平均數			
C-1-7	在統計活動中，培養科學的態度和用數據說話的意識				
教科書	數學八年級下冊(人民教育出版社)	教具	問卷工作紙、課本、電腦		

教學過程	創設情境導入新課	在學會了平均數、加權平均數、中位數、眾數、方差等統計數據的意義之後，學生會以小組形式被要求填寫一張零用錢統計表 <附件一>
	合作交流探究新知	統計表的內容是關於學生們每週的零用錢，當他們填寫出自己的答案後，還需答一些問題，例如怎樣利用零用錢
	靈活應用、提高能力	學生每回答一條題目之後，也要對結果作討論及分析，當各組填寫完整張統計表之後，老師與學生們一起把數據綜合，並讓學生把答案紀錄下來
	小結與作業及工作紙	學生跟據以上的統計結果，以小組形式並以電腦軟件完成統計圖表，老師選出最優秀的兩組學生站在課堂前向全班匯報他們的分析結果 <附件二>、<附件三>及<PPT>
教學反思		<ol style="list-style-type: none"> 1. 由於統計過程中，有學生的零用錢與其他同學相差很大，因而直接把平均值也拉大了，所以他們發現這個時候用中位數及眾數是比較公平的 2. 因為要作出分析，學生可能看同一件事會有不同的看法，所以大家特別的投入 3. 選取優秀的調查報告，預留時間讓學生可以展示成果，分享交流。由於課時不足，本人原意只是需要簡簡單單做一份筆錄報告便可，但因為學生們都是第一次進行問卷調查活動，且對調查題目都很感興趣，都顯得非常投入和興奮，每小組提交的報告都有不錯的水準 4. 在本章測試評核中，本班取得了優良的成績 5. 由於教學時間的不足，未能選取一些較難或較複雜的題目，願將來可以加入更多多元化的題目，讓教學更加富有色彩和趣味

<附件一>

初二各班零用錢調查報告

初二甲/乙/丙/丁/戊班零用錢調查報告 *以下為

單項選擇題*

(1) 你一週有多少零用錢?

選項	小計	比例
A. 50 元以內		
B. 50-100 元		
C. 100-150 元		
D. 150-200 元		
E. 200 以上		

本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(2) 你怎樣得到零用錢?

選項	小計	比例
A. 做家務時，父母作獎勵		
B. 學習好，父母作獎勵		
C. 父母不定時或固定給		
D. 利息		
E. 其他		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(3) 你的零用錢用途主要是?

選項	小計	比例
A. 買學習用品，如參考書籍		
B. 買零食		
C. 用來打機(網上遊戲)		
D. 買服飾		
E. 其他		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(4) 你每個月的零用錢用多少?

選項	小計	比例
A. 通通用完(全都用完)		
B. 用完不夠，向父母再拿		

C. 有計劃的存一部分		
D. 很少用		
E. 其他		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(5) 你對自己父母給自己的零用錢數目滿意嗎?

選項	小計	比例
A. 很多		
B. 太少了		
C. 過得去，剛剛夠用		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(6) 父母會干涉你如何用零用錢嗎?

選項	小計	比例
A. 會限制我如何用		
B. 不會，隨自己用		
C. 他們認為用得有意義就行		
D. 他們會建議我怎樣用		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(7) 剩餘的零用錢你怎樣處理?

選項	小計	比例
A. 存起來		
B. 買自己喜歡的東西		

C. 用來做有意義的事，如 捐款		
D. 請朋友食東西		
E. 其他		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

(8) 你花零用錢是一種什麼消費心理?

選項	小計	比例
A. 想買就買，反正父母會給		
B. 用之有度，因為父母不會再 給		
C. 偶爾會奢侈一下，平時都很 合理用		
D. 很節儉，知道父母的錢來之 不易		
本題有效填寫人次		
分析數據得出結論		

總結	
小組成員	

<附件二>
學生上課情形



<附件三>

初二丙班零用錢調查報告

1. 你一週有多少零用錢

有效填寫人次:29 人

50 元以內:7 人~~~約佔總數的 24%

50 元~100 元—5 人~~~約佔總數的 17%

100~150 元—9 人~~~約佔總數的 21%

150~200 元—1 人~~~約佔總數的 3%

200 以上—7 人~~~約佔總數的 35% (金額分別為:500、300、450、900、800、1300、1000)

分析得出結論:

由以上數據,平均數為=

$$\frac{25 \times 7 + 75 \times 5 + 125 \times 9 + 175 + 500 + 300 + 450 + 900 + 800 + 1300 + 1000}{29} \approx 245(\text{元}) ,$$

中位數組為:100~150(元),眾數組為:100~150(元)

因本題數據中出現了極端值,使平均數失去了代表性,故中位數組和眾數組較為合適,因此初二丙班同學平均零用錢為 100~150(元)。

從結果可以看到,大多數家長的收入都在中等水準,每週給孩子的零花費達 100 元以上的家長不在少數,甚至有兩位同學多達 1000 元以上,這較容易養成孩子亂花錢的習慣。

2. 你怎樣得到零用錢

有效填寫人次:29 人

做家務後,父母作獎勵—0 人~~~約佔總數的 0%

學習好,父母作獎勵—2 人~~~約佔總數的 7%

父母不定時或固定給—21 人~~~約佔總數的 73%

利是—3 人~~~約佔總數的 10%

其他—3 人~~~約佔總數的 10%

分析得出結論:

由於調查對象為初中生,因此同學的資金來源主要來自父母,而且大多父母都不需同學為錢而發愁,大多會不定時或固定給予零用錢供孩子花費。

3. 你的零用錢用途主要是

有效填寫人次:26 人

買學習用品,如參考書籍—4 人~~~約佔總數的 15%

買零食—5 人~~~約佔總數的 19%

用來打機—2 人~~~約佔總數的 8%

買服飾—14 人~~~約佔總數的 54%

其他—1 人~~~約佔總數的 4%

分析得出結論:

大部份同學都會將零用錢花費在學習以外的地方,少注重內涵的修養,較注重外表的打扮,在花費服飾方面的比例佔了大半。

4. 你每個月的零用錢用多少

有效填寫人次:29 人

通通用完—4 人~~~約佔總數的 14%

用完不夠,向父母再拿—4 人~~~約佔總數的 14%

有計劃的存一部分—4 人~~~約佔總數的 14%

很少用—2 人~~~約佔總數的 7%

其他—15 人~~~約佔總數的 51%

分析得出結論:

不少同學都按當月的情況來決定,沒有合理的規劃,甚少有固定存錢習慣,如遇到自己心頭好,可以將錢通通花光。

5. 你對自己父母給自己的零用錢數目滿意嗎

有效填寫人次:29 人

很多—5 人~~~約佔總數的 17%

太少了—4 人~~~約佔總數的 14%

過得去,剛剛夠用—20 人~~~約佔總數的 69%

分析得出結論:

對於家長給的零用錢數量,大部份同學表現尚算足夠,這表明很多同學在一定程度上理解父母,體諒父母的錢得來不易,明白勤儉節約的重要性。

6. 父母會干涉你如何用零用錢嗎

有效填寫人次:27 人

會限制我如何用—0 人~~~約佔總數的 0%

不會,隨自己用—13 人~~~約佔總數的 48%

他們認為用得有意義就行—4 人~~~約佔總數的 15%

他們會建議我怎樣用—10 人~~~約佔總數的 37%

分析得出結論:

整體來說,同學對零用錢的自主權還是很寬鬆的,父母沒有規定花費標準,自己可以完全自由支配。這不排除父母嬌慣孩子的可能,但更多可能是當今父母對孩子的小的自立能力的信任。

7. 剩餘的零用錢你怎樣處理

有效填寫人次:28 人

存起來—15 人~~~約佔總數的 53%

買自己喜歡的東西—11 人~~~約佔總數的 39%

用來做有意義的事,如捐款—1 人~~~約佔總數的 4%

請朋友食東西—0 人~~~佔總數的 0%

其他—1 人~~~約佔總數的 4%

分析得出結論:

可以看出同學消費是理性的。明白花該花的錢,省該省的錢。如有剩錢,都會將它存起來。

8. 你花零用錢是一種什麼消費心理?

有效填寫人次:29 人

想買就買,返正父母會給—1 人~~~約佔總數的 3%

用之有度,因為父母不會再給—2 人~~~約佔總數的 7%

偶爾會奢侈一下,平時都很合理用—20 人~~~約佔總數的 69%

很節儉,知道父母的錢來之不易—6 人~~~約佔總數的 21%

分析得出結論:

約佔七成的同學認為自己具有合理的消費概念,既肯定了節約、不能奢侈無度的觀念,又不會單純為了節儉而一味節省,不顧生活質量。

總結:

1. 父母不能太寵愛孩子,生怕孩子零用錢用的不足,給之前可以先問子女的用途,然後父母按合理而給
2. 同學要體會賺錢的艱辛,可利用寒、暑假去進行勞動實踐
3. 同學要學會管好自己的零用錢,養成存錢習慣,明白積少成多的重要性
4. 建議零用錢多花費在學習購書上,提高個人自身的修養

點評

“統計”是討論如何收集和整理資料以便從資料中正確提取資訊的一門學科。學習“統計”是要讓學生初步體會如何從資料中提取資訊。統計的學習，實際是統計活動的教學。

本節課安排“零用錢調查報告”的綜合實踐活動，這是和學生生活息息相關、學生也比較興趣的實際問題，有利於培養學生的資料分析意識，體會有很多事情通過資料分析可以抓住本質。

在這個綜合實踐活動中，教師特別注重讓學生經歷“收集資料—整理資料—分析資料—作出判斷”的資料處理的全過程，在活動的設計中，可分為以下幾個步驟：調查抽樣、收集資料；分組整理，用電腦或手工繪製統計圖；計算出平均數、中位數和眾數等統計量；做出統計分析和評估。

在學生的調查報告中，教師引導學生體會平均數、中位數、眾數、極差等統計概念在刻畫資料集中趨勢時的不同意義和作用，學生能夠根據問題的背景選擇合適的方法和統計量，瞭解對於同樣的資料可以有很多種分析方法，明確統計學對結果的判斷標準是“好壞”，而不是“對錯”。教師鼓勵學生運用所學的方法，盡可能地從資料中提取有用的資料，學習一些資料處理的方法，運用所學知識和方法去解決實際問題。

D-1：情感、態度及價值觀

(一) 目標及內容要求

D-1-1 積極參與數學的活動，對數學有好奇心和求知欲；

較強的好奇心和求知欲是參與學習的重要因素之一，因此應組織豐富多彩的數學活動。如平行四邊形性質探索時，可以讓學生剪兩個全等的三角形，並將這兩個三角形拼成一個四邊形，看拼成的一些四邊形有什麼特徵，分小組去探索。學生通過主動參與活動，激發數學學習的好奇心。

D-1-2 積極參與觀察、操作、歸納、猜想、驗證等數學活動，能表達、交流自己的思維過程；

數學學習過程是數學思維過程，在這個過程中，要給學生充分的時間去思考、討論、表達、交流。尤其是數學的概念學習，應該讓學生體會概念產生的過程。

例如平面直角坐標系的概念的引入，可以借助於在地圖上描述學校的位置，或者在教室中確定同學的位置，引出平面直角坐標系的概念，然後讓學生觀察、歸納在坐標系中不同象限點的座標的特徵，以加深對於相關概念的理解。

D-1-3 面對實際情境，嘗試發現和提出數學問題，並用數學的方式進行分析和解決問題；

問題解決能力是數學學習中較高的能力，因此，要把這種能力的培養貫穿在教學的始終，使學生養成問題解決的意識，發展他們的問題解決能力。如對於學校的圖書室，如何優化圖書館，為學校藏書提供建議，可以讓學生去設計問卷，調查學生閱讀需求和學校藏書的實際，然後，根據調查資料進行分析，為學校購置圖書提供合理化的建議。

D-1-4 通過實際問題的解決，體會數學的價值，提高數學學習的興趣；

教學中，儘量將數學與實際生活相聯繫。如學習二次函數時，可以讓學生去找生活中的二次函數，學生可以從植物的葉，拱橋設計、噴泉的形狀等，體會到二次函數的“型”在生活中的呈現，增進了他們對於數學應用價值的認識。

D-1-5 能在探究活動中，表達和交流數學的問題和方法，學會傾聽和尊重他人的觀點；

在探究的過程中，要多給學生一些時間，讓學生思考不同的方法，即不要總是問“還有不同的方法嗎？”可以進一步問“你聽懂他(她)的方法了嗎？”

“你的方法和他（她）的有什麼不同？”讓學生之間展開交流。如在“字母表示數”中，教師設計了“擺火柴棒”的活動，涉及的知識主要是運用字母表示規律，但其中蘊涵豐富的教育價值。學生在探索搭 10 個、100 個正方形所需火柴棒數的過程中，體會建立一般規律的必要性；然後，他們通過觀察、實驗、歸納，探索出一般規律後並運用字母表示。在此過程中，學生經歷了運用數學符號描述變化規律的過程，發展了符號感和抽象思維。通過與同伴的交流，學生將體驗解決問題策略的多樣性，學會合理、清晰地闡述自己的觀點，學習傾聽他人的想法並反思。在以上多方面的活動中，學生必將獲得良好的情感體驗及數學活動的經驗。

D-1-6 能克服數學解決問題中所遇到的困難，增強數學學習的自信心；

自信心是學生在學習中的一種心理傾向。學生缺乏自信心的原因，一方面學生數學知識結構欠缺，學習過程中，前後知識銜接不上，導致學習困難，產生心理障礙而導致學習自信心不足。還有一方面是師生關係不融洽或教學方法不當，而使學生對數學失去興趣，缺乏自信。因此教學中，一是要建立良好的師生關係，二是改進教學方式，激發學生的學習興趣，提高學習的效率，使學生克服學習中的困難，增強自信。

D-1-7 能體會數學知識之間的聯繫；

D-1-8 能通過數學運算和推理活動，形成慎密思考的習慣和實事求是的態度。

在數學的運算和推理的活動中，要理解算理和推理的合理性，養成慎密思考的習慣。例如，關於“零指數”教學，不僅要包括瞭解零指數冪的“規定”，還要包括感受這個“規定”的合理性，並在這個過程中學會數學思考、感悟理性精神。

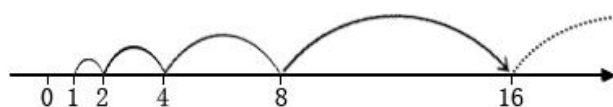
案例：（《標準》例 80）“零指數”的教學設計

通過計算 $2^3 \div 2^3$ 提出問題：如果應用同底數冪的運算性質，可以得到 $2^3 \div 2^3 = 2^{3-3} = 2^0$ 。那麼 2^0 有什麼意義呢？等於多少呢？我們需要做出解釋，數學面臨了挑戰。

我們先回顧簡單的事實： $2^3 \div 2^3 = 8 \div 8 = 1$ ，於是自然提出猜想： $2^0 = 1$ ，然後採用各種途徑引導學生感受規定“ $2^0 = 1$ ”的合理性。例如：

用細胞分裂作為情境，提出問題：一個細胞分裂 1 次變 2 個，分裂 2 次變 4 個，分裂 3 次變 8 個……那麼，一個細胞沒有分裂時呢？

觀察數軸上表示 2 的正整數次冪 16，8，4，2，等等點的位置變化，可以發現什麼規律？



再觀察下列式子中指數、冪的變化，可以發現下面的規律

$$2^4 = 16$$

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

$$2^0 = 1$$

這樣，在學生感受“ $2^0 = 1$ ”的合理性的基礎上，做出零指數冪意義的“規定”，即 $a^0 = 1(a \neq 0)$ 。

（二）教學及評價建議

1、教學要求

教師不僅需要關注學生在數學學業成績上的表現，還需要在日常教學中關注對學生情感、態度及價值觀的培養，如在課堂中間留心觀察學生的在這三方面的整體表現。

在平時的教學中，教師可以經常設計一些具有趣味性的數學活動，講一些相關數學內容的小故事，提出具有現實意義的數學問題，激發學生的好奇心和對數學活動和數學問題的探究興趣，在活動過程中，給予小組的學生充分的時間去思考、猜想、探究，並關注每一組學生的探究過程，在必要的時候給學生提供一些幫助和指導，讓學生體驗探究有實質性進展後的樂趣，從而提高學生克服困難的勇氣，增強學生學習數學的自信心。此外，教師可以通過使用一些規範的態度量表，對學生的學習態度進行調查，如數學學習自信心量表（見表1）

此外，教師在教學中間多鼓勵學生發表看法，在上課過程中，讓每一個小組的都與全班同學交流自己的看法，對於學生正確的看法和觀點及時給予表揚和讚賞，對於部分不完善的觀點，可以鼓勵學生繼續思考，還可以請其他同學進行補充或修正，要體現出善意，決不能有挖苦和諷刺。

除了培養學生對於數學的學習興趣和自信，還應注重培養他們良好的學習習慣和實事求是的態度。數學學習中免不了遇到困難和挑戰，教師應關注對學生學習習慣的培養，尤其是遇到困難和挑戰時，應鼓勵學生不要輕易放棄，保持繼續思考和探索的勁頭，多和同伴交流、合作，幫助學生形成良好學習習慣。不僅如此，實事求是的科學態度也是至關重要的。數學的過程和結論都需要經過嚴密的推理，中間不能有模糊和馬虎，否則得到的結論就會變得不可靠。因此教師在教學過程中，應學會抓住時機，讓學生的不同想法進行碰撞，鼓勵學生進行討論，甚至爭論，相信真理是越辯越明的，讓學生在方法、過程和結論上辨明是非，教師可以不過早地表態，可以適當進行點撥和引導，使得爭論的焦點更接近問題的本質。

表 1：Fennema-sherman 數學態度量表——數學學習自信心 (C)

	非常 同意	同意	不確 定	不同 意	非常 不同意
1. 一般來說，我對嘗試數學感到安心	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2. 我相信我能勝任數學難題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
3. 我相信我可以學習數學	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4. 我認為我可以解決更難的數學問題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5. 我可以在數學上取得好成績	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
6. 在數學上我有很大的自信心	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
7. 我不擅長數學	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
8. 我不認為我可以勝任數學難題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
9. 我不是擅長數學的那一類人	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
10. 由於某些原因，即使我學習，但數學對我來說似乎異乎尋常的困	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

11. 大多數科目我可以處理好，但我對數學一籌莫展	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
12. 數學一直是最糟糕的科目	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

2、評價建議

情感態度的評價應依據學力要求的目標要求，採用適當的方法進行。主要方式有課堂觀察、活動記錄、課後訪談等。

情感態度評價主要在平時教學過程中進行，注重考查和記錄學生在不同階段情感態度的狀況和發生的變化。例如，可以設計下面的評價表，記錄、整理和分析學生參與數學活動的情況。這樣的評價表每個學期至少記錄 1 次，教師可以根據實際需要自行設計或調整評價的具體內容。

參與數學活動情況的評價表

學生姓名：_____時間：_____活動內容：_____

評價內容	主要表現
參與活動	
思考問題	
與他人合作	
表達與交流	

教師可以根據實際情況設計類似的評價表，也可以根據需要設計學生情感態度的綜合評價表。

第三部分 基本學力要求中的校本實施

教育的本質是使人得到發展，最終使人具有能夠活躍的智慧。20 世紀英國著名哲學家、數學家和教育家懷特海認為，每所學校應該有自己的課程。隨著澳門新的初中教育階段學力要求的制定，必將對其課堂教學帶來新的指引。

校本課程開發是 1973 年由菲呂馬克和麥克米倫兩位學者在一次國際課程研討會上提出的新概念，這一概念得到了諸多國家的學者、教育實踐工作者乃至教育行政官員的積極回應。我國 2000 年以後才真正開展校本課程開發，而數學校本課程的開發則更晚一些。校本課程（School-based curriculum）亦稱“學校本位課程”或“學校自編課程”。具體地說，校本課程就是某一類學校或某一級學校的個別教師、部分教師或全體教師根據學歷要求，在分析本校外部環境和內部環境的基礎上，針對本校、本年級特定的學生群體，編制、實施和評價的課程。

校本課程的開發是以學生的差異性、獨特性為根本出發點，是教師和學校針對國家及地方課程難以照顧到的不同學校、不同學生的差異性需求而產生的，體現不同學科文化的再生長。

一、學力要求與數學課程資源的開發

根據數學校本課程開發的內容及其活動類型，一般來說可以將其分為基礎性課程、豐富性課程和發展性課程三類。基於澳門初中學歷要求、校本課程的類型以及學生實際需求，教師可以開發數學校本課程資源，更好地發展學生的數學核心素養。

（一）開發基礎性數學校本課程資源

基礎性數學校本課程是指授給學生可再生長的數學基本知識和可再發展的基本技能的課程。它涉及兩個方面：一是對課程內容的更新，採取的方式常是課程改編、新編或拓編；二是對課程結構的革新，包括對數學學科知識分層建構，學科知識橫向整合。

1. 對原有教材內容的重組與整合

以新人教版初中數學教材中“數與代數”內容為例，此部分內容主要是最基本的數、式、方程（不等式）、函數的內容，在編排上，是以螺旋上升方式呈現重要的數學概念和數學思想方法的，以促進學生加深對它們的理解。在實際教學中，為了加深對知識橫向的比較和聯繫，教師可以在初三數學校本課中設計整合課，

例如，解方程。這裡面，包含解一元一次方程、二元一次方程（組）、一元

二次方程，在一節課中，體會解方程的目的是要得到 x 的值，或者說通過一系列式子的恒等變形將其轉化為 $x=a$ 的形式。基於學生已有知識經驗是解決一元一次方程對於二元一次方程組，通過引導學生比較兩者之間的差別，從而得出利用消元思想求解各種方程。再來看，要想成功解一元二次方程，就需要引導對比它與一元一次方程的區別，進而總結得到轉化的核心目標就是降次，從而得到消元和降次的兩個解決問題的思想，具體如何才能實現消元或實現降次，那就是策略問題。因此，無論是消元還是降次，兩者都體現了轉化的思想。

可見，類似這樣的整合課可以在原有教材編排的基礎上，打亂章節順序，將方程部分集中在一起進行授課，這就加深了學生對於知識和方法之間縱橫聯繫的認識，使學習更全面系統。

2· 對原有教材內容的拓展與延伸

校本課程的一個功能是拓展校本內容，傳授給學生為後續學習做鋪墊的數學基本知識和基本技能的。例如，人教版初中數學教材中，將一部分拓展性內容作為數學活動課單獨呈現。目的就是讓學生通過探索，發現新知識或規律，用以提升數學學習興趣、彌補知識不足等。因此，類似這樣的拓展性內容可獨立作為數學校本課呈現，在校本課上，教師可以結合教材安排，拓展課上內容。

比如，在講到一元二次方程的根與係數之間的關係時，教師可以將內容進行拓展，可以讓學生探究兩根之和、兩根之積與係數的之間關係，學生經過計算驗證即可得出結論。比如，在講整式乘法與因式分解時，教師可以引導學生對二次項係數為 1 和不為 1 兩種類型的一元二次方程，它們再滿足什麼條件時就可以應用因式分解法分解進行探索。因為在高中階段，因式分解法是非常常用的一種方法。再如，在講實數時，第一次引入一個無限不迴圈的小數，教師可以從數學史和數學文化的角度給學生進行補充。那麼類似上面提到的，知識上的補充可以作為一類校本課單獨存在；從數學史和數學文化的角度看，我們可以對教材內容進行拓展，開設“數學文化與數學發展史”為主題的校本課程，以拓展教材資源、豐富和延伸課堂教學內容。

(二) 開發豐富性數學校本課程資源

豐富性課程是指豐富學生生活、促進學生全面發展、提高學生綜合素質和生活品質的課程。通常採用的方式是課程整合與課程補充。常用方法有開發關聯課程和跨學科課程兩種。例如，數學和物理科學關聯課程就是意味著數學和物理兩門學科間相對狹窄的聯繫。跨學科課程是把不同的學科作為一門課程來學習。

豐富性數學校本課程開發是目前比較活躍、新穎的數學課程開發的內容，其

特點就是將數學學科知識利用建模思想與其他學科相結合，體現數學的基礎性和應用性。數學的本質和特徵決定了數學具有兩方面的價值。其一是它的應用價值，即數學作為科學必須為社會實踐服務；其二是它的文化價值，即數學作為理論，它在起源、發展、完善和應用的過程中，體現出對人類發展具有重大影響的方面。

例如，開發“數學與生活”“趣味數學遊戲”“數學史”和“數學文化”等校本課程。

“數學與生活”校本課程，符合數學源於生活的理念，通過一系列實際生活中的具體問題，讓學生應用所學的數學知識建立模型並嘗試解決。這一校本課程的設立，不僅激發了學生應用數學的意識、增強了數學學習的趣味性，更重要的是培養了學生用數學的眼光看世界的 ability。

“趣味數學遊戲”校本課程，定位在動手實踐操作層面。剪紙中的數學、折紙中的數學、九連環、華容道、魔方等玩具中也都隱藏著數學知識。此類校本課程讓學生動手操作、實踐體驗、直觀感知，在不斷嘗試與操作中探尋數學規律，發現數學問題，強化“數學好玩”的概念，改變學生對數學“枯燥乏味”的消極認識。

“數學史”校本課程的設置，更是從數學發展的關鍵點和大事件入手，結合教材內容，突出某一知識的重要性及其在數學發展過程中的歷史價值。比如，初一學生入學伊始學習負數，教師可以引入“數的發展及負數的產生”，甚至還可以講幾個具有代表性的數，像 0、1 等等，它們產生的歷史故事及其對數學發展的推動作用。講到畢氏定理，教師還可以講講中外對這一內容的不同研究，突出認識古人的智慧，培養學生民族自豪感。

“數學文化”校本課程所涉及的內容比較廣，狹義的理解，它包含數學的思想、精神、方法、觀點、語言，以及它們的形成和發展。廣義的說，除上述內涵以外，還包含數學家，數學史，數學美，數學教育。數學發展中的人文成分、數學與社會的聯繫、數學與各種文化的關係，等等。因此，在這部分，教師可以將校本課程做成系列化專題內容，可以包含如：數學家、數學史、數學美、數學思想方法等幾個模組。尤其是對數學思想方法，教師在日常授課過程中只能是通過日積月累的不斷滲透讓學生去體會數學的思想，在某些恰當的內容上講解數學方法。但開設“數學思想方法”校本課後，教師可以整合或拓展教材內容，將具有某些共性特點的內容集中在一起，更加有力的去詮釋某種數學思想、傳授某種數學方法，使學生的數學學習更具有結構性、關聯性和系統性。

（三）開發發展性數學校本課程資源

發展性課程是指拓展學生能力、激發學生創造力的課程。它在基礎性課程上提高要求，增加難度，以培養研究型人才為目的，重視學科的前沿性、學術性和學習的探究性。通常採用的方式是課程拓展和課程補充。發展性數學校本課程開發包括兩方面內容：一是加深學科知識的深度，旨在拓寬學生學科知識和能力的課程，如數學奧林匹克競賽講座、數學史講座等課程。二是著重培養學生的問題意識、創新意識、科學精神、創造能力的課程，如科技發明、數學學術小論文、數學思維訓練，數學文化和知識背景等課程。發展性課程以探究性學習和開放式學習為主。

目前，隨著資訊技術手段的不斷發展，教育資訊化的水準也不斷提升。越來越多的數學校本課程，都可以依賴於數學實驗室或數學學習工具進行。如手持技術支援下的圖形計算器校本課程，學生在學習設備使用和電腦語言的基礎上，可應用設備自主設計圖形、動畫，可利用電腦分析運動變化規律和函數等問題的關鍵位置問題等，不僅在數學學習上成為有力的補充，更培養了學生利用資料進行理性分析的研究意識，以及嚴謹地進行數學表達交流的能力，培養了學生不斷求索敢於突破的創新精神，是國家課程之外的有益補充。

二、學力要求與學校特色課程建設

數學起源于現實世界，是研究空間形式與數量關係的一門科學，他與人類的活動息息相關，作為一種科學語言和有效工具，他的內容、思想、方法和語言已經成為人類文化的重要組成部分，在人類發展過程中起到了不可估量的作用。特別是近些年隨著資訊社會的飛速發展，數學的廣泛應用充斥於社會生產和日常生活的方方面面，數學素養已經成為現代社會每一個公民需要具備的基本素養。作為初中教育重要組成部分的數學教學，如何在新的學力要求指引下，在有效開發和利用優質課程資源的基礎上落實國家新課程改革的基本精神，創造出內涵豐富、體現數學學科特色，建立和完善與學校、教師和學生實際情況相適應的學校特色課程呢？這將是學校在追求特色發展和課程建設過程中研究和必須解決的問題。

（一）學校特色課程建設的背景和意義

國內外教育改革實踐經驗表明：學校要有特色，學生要有個性，教育才能出品質。學校走特色發展之路，課程建設則是主要載體，當然也是學校文化內涵最為豐富的組成部分。當前，國家新一輪課程改革改變了以往課程管理高度集中的

做法，實施國家、地方、學校三級課程管理體制，以便提高課程的適應性，滿足不同地區、學校以及學生的需求，這在客觀上為學校的課程開發和特色發展提供了政策上的支援。一所特色學校最關注的永遠是其特色課程建設，他不僅要滿足學生個體差異的要求，也必須著眼于學生的未來和終身發展，幫助其身心都能得到健康發展。

特色課程的開發有利於促進學生個性發展，有利於促進教師專業發展有利於促進學校特色形成。其中學生的個性發展是特色課程開發的終極目標。

1· 特色課程建設能夠促進學生個性發展

教育作為培養人的活動就是要使每個人的個性得到充分而自由健康的發展，從而使每個人都具有高度的自主性、獨立和創造性。特色課程關注每一個學生的不同需求，給學生一個自由發展的空間。就像初中數學學力要求所說的那樣“數學課程應適應學生個性化需求，為學生發展奠定基礎。”當然，特色課程建設需要通過不同的方式、內容滿足學生多樣化的需求，不只關注知識的吸收與應用，更應該關注知識背後的產生與發展，以及其對每一個學生的情感態度、活動經驗、思維能力等方面的發展。

2· 特色課程建設能夠促進教師的專業發展

特色課程的建設必將賦予教師更多的課程決策權。教師成為課程編制者有助於形成教師的課程決策意識，行使課程決策權力過程中提高其參與意識與能力，當然也有助於教師提升自己的研究意識和能力；教師作為實施者，有助於其認識和把握學科與其他學科之間的內在聯繫，形成整體課程意識，不僅發展自己的合作、整合意識還能完善自己的知識結構。

3· 特色課程建設能夠促進學校特色形成

特色課程的建構是實現學校辦學特色的重要載體。學生個體的發展是特色課程建設的實質與目的所在，教師的專業發展是其必然結果，學校特色形成是由此衍生出來的必然產物。

(二) 特色學校課程建設的實施

學力要求中提到“數學課程應促進學生全面、持續、和諧地發展，使學生掌握適應社會生活和進一步發展所必需的數學基礎知識與基本技能，具備運用初中數學知識進行應用、推理與交流的能力。”數學知識與技能的獲取在傳統數學課堂中體現比較明顯，但如何讓其學會獲取初中數學知識應用、推理、交流與創新的能力則需要借助於特色課程的開發與建設。

1· 借助校本課程完成數學課程建設

目前，在我國大部分地區所採用的特色數學課程建設的幾乎都是借助於校本課程來完成。初中數學校本課程的建設肩負著實現數學素質教育的責任和義務，是實現數學教學向數學教育轉變的重要途徑之一。它著眼於發展學生的興趣、需要和特長，關注學生的個性發展，充分體現師生的自主性、能動性和創造性，具有鮮明的學校特色。傳統意義上數學教育是一種知識、方法、思想上的教育，而廣義的數學教育還包含數學文化教育。學校都會有自己的文化底蘊，將這些文化與數學知識建立聯繫，借助於數學這一工具實現文化的傳承。

校本課程除了挖掘教材內容、學校、學生、教師的資源外，還常常需要挖掘家長、社會（社區、國家公共機構）等資源。這幾年，隨著對校本課程的深入學習與研究，數學校本課程建設逐漸成熟和完善起來，主要課程內容包括：

（1）數學遊戲類

興趣是最好的數學老師。很多數學知識的習得可以借助於“遊戲”來完成。校本課程中以 24 點、數獨遊戲等為載體，讓學生在遊戲中感受到數學的“快樂”，以此激發他們的學數學的興趣，讓其在遊戲中體會數學的力量，鞏固相關的知識，為其數學學習提供動力源泉。

（2）數學文化欣賞類

數學文化欣賞主要包括有代表性的或者勵志性的數學家的故事；常見的數位或數學符號、數學概念、數學定理或公式的起源與發展史等。讓學生通過數學文化的欣賞從新的角度認識所學數學知識，同時感受這些數學知識的發展脈絡，體味其中的艱辛與數學家們的努力，獲得精神上的洗禮。

（3）數學實驗動手操作類

很多數學知識和方法的獲得源於實踐。校本課程中讓學生動起手來，玩玩魯班鎖、玩玩小魔方，在動手操作中感受數學的魅力和樂趣，感受數學知識的實用價值，也不失為一個很好的途徑。當然，隨著時代的發展，也完全可以借助於我們的數學軟體，如“幾何畫板”“圖形計算器”等拓廣學生的知識面，將數學與資訊技術進行完美整合，改變學生對數學的“枯燥”認識，提升數學素養。

（4）數學知識實踐應用類

利用數學知識去估計一下魚塘中魚兒的數量，利用數學圖形拼畫出一副美麗的圖案或者手工品，在實踐中學會團結協作，多樣式、多角度的學習數學，培養學生的靈活思維，在實踐中感受數學美，帶領學生一起去尋找、發現、挖掘數學背後的美，將數學作為一個美的載體，感染和啟迪學生的心靈，帶學生呢個學會

欣賞。

(5) 經典數學著作或問題拓展類

中國是四大文明古國之一，數學發展史極其豐富。在《九章算術》、《周髀算經》、《孫子算經》等著作中可以挖掘的空間很大，在這些問題的拓展中不僅可以解決問題，讓學生感歎中國古人的智慧，更能加強愛國主義教育，提升中國學生的自豪感。當然，數學中也有很多經典的數學問題，如三色問題、帽子問題等，這些問題既有趣味，又有意義，按讓學生嘗試解決，既可以發展學生的提出問題、分析問題、解決問題能力，又能提升其歸納概括能力，發展數學思維能力。

幾乎所有校本課程的開發都是在挖掘數學文化中的教育功能作用下，以通俗易懂、激發興趣、拓展視野和教材補充為伊始，以提高學生的數學素養為主旨，培養學生用數學的眼光觀察世界，用數學的頭腦分析問題，用數學的方法解決問題，用數學的精神追求理想，以培養學生的理性精神。

2· 在數學課堂教學中體現“數學”特色，充分利用各類課程資源

每四年舉辦一次的PISA水準測試享譽全球，很多地區和國家甚至以此來衡量當地的教育水準，在這一測試中焦點就是數學。澳門也已經參與了五次的PISA測試，測試結果顯示學生的問題解決經驗等數學素養是可以通過課堂教學加以提升和促進發展。

數學教學是數學思維活動的教學，是師生之間、學生之間交往互動與共同發展的過程。通過數學教學，學生不僅掌握知識與技能，理解思想與方法，而且經歷思考的過程，學會數學地思維，提升數學素養，體驗到數學的社會文化價值。數學學科特色建設不應僅僅依賴於校本課程，更大程度上應該寄託於自己的數學課堂教學。隨著時代和資訊技術、教育理念等方方面面的發展，數學特色課程資源已經顯現和豐富起來。

(1) 教師角度上的特色課程資源

特色課程建設下，教師面臨的是新學校環境下的對教材內容的新要求，培養的是新時期的具有創新思想的新學生。需要教師在新理念武裝下，以學生的獲得為中心，用新的教學方式來指導教學。這也對教師提出了新的要求——需要教師在課前的準備過程中，分析學情，對教學知識廣泛涉獵，為教所用。當然，一個人的力量很渺小，如果能形成團隊，共同開發、豐富教學資源將有助於每一個參與者的成長。此外，課程間的互相借鑒整合也很重要。一節數學課堂，所涵蓋的

知識遠遠不局限於數學一個學科，在準備過程中，可以聯合其他學科共同研討，互通有無，以減輕教師的特色課程開發負擔。同一個教學資源的資訊往往多元，資源可以建立共用，以供不同學科不同教師不同側重點的使用和開發，從而形成小的課程教學資源庫。

(2) 學生角度上的特色課程資源

由於學生成長的环境不同、認知水準不同，造成其生活體驗不同，從而導致他們對同一數學知識的理解與掌握水準產生差異。因此，數學課堂上的體驗學習顯得尤為重要，特別是這兩三年的北京中考，反思自己的過程，獲得不同角度的問題解決方式，學會抉擇，學生在習得過程中獲得體驗與不同角度的思考，也將其思維過程中的問題點暴露無遺。

(3) 自然、社會等方面的課程資源

數學課堂不是狹義上的一節課，也有可能是一次數學活動體驗或者一個數學研究。當前，各類生活園區、科技館等社會大課堂資源已經獲得越來越多的學校和學科的鍾愛，初中數學課堂也可以走進這一社會大課堂，沿著其中的數學腳步，追尋科學真理。當然隨著網路時代的到來，將視頻、音訊、交互作用等多種資源媒體引入並融入到數學課堂中，利用這些資源將數學課堂變得靈動而有特色，已經成為一種現實和必然。

誠然，數學特色課程重點在其內容與方法上的開發建設，但也不該忽視其不同階段、不同層次教學內容的差異性，課程設置的連續性及其評價的可持續性，這將是一個動態、不斷發展和完善的過程，也是一個師生共同學習、成長的過程。

三、學校課程中可供選擇的內容

各學校除了按照學力要求的內容執行外，還可以考慮如下部分知識供選擇：

1、數與代數

- (1) 知道 $|a|$ 的含義（這裡 a 表示有理數）；
- (2) 能用有理數估計一個無理數的大致範圍。
- (3) 能推導乘法公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ；
- (4) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，瞭解公式的幾何背景。
- (5) 經歷估計方程解的過程；
- (6) 能解簡單的三元一次方程組；
- (7) 會用一元二次方程根的判別式判別方程是否有實根和兩個實根是否相等；

(8) 瞭解一元二次方程的根與係數的關係（不要求應用這個關係解決其他問題）。

(9) 體會一次函數與二元一次方程的關係。

(10) 會利用二次函數的圖像求一元二次方程的近似解；

(11) 知道給定不共線三點的座標可以確定一個二次函數。

2、圖形與幾何

(1) 掌握基本事實：過一點有且只有一條直線與已知直線垂直；

(2) 掌握基本事實：過直線外一點有且只有一條直線與這條直線平行；

(3) 探索並證明角平分線的性質定理：角平分線上的點到角兩邊的距離相等；反之，角的內部到角兩邊距離相等的點在角的平分線上；

(4) 理解線段垂直平分線的概念，探索並證明線段垂直平分線的性質定理：線段垂直平分線上的點到線段兩端的距離相等；反之，到線段兩端距離相等的點在線段的垂直平分線上；

(5) 知道三角形的內心和外心；

(6) 瞭解正多邊形的概念及正多邊形與圓的關係。

(7) 會利用基本作圖完成：作三角形的外接圓、內切圓；作圓的內接正方形和正六邊形；

(8) 結合具體實例，會區分命題的條件和結論，瞭解原命題及其逆命題的概念。會識別兩個互逆的命題，知道原命題成立其逆命題不一定成立；

(9) 知道證明的意義和證明的必要性，知道證明要合乎邏輯，知道證明的過程可以有不同的表達形式，會綜合法證明的格式；

(10) 能畫出簡單平面圖形（點，線段，直線，三角形等）關於給定對稱軸的對稱圖形。

(11) 瞭解圖形的位元似，知道利用位元似可以將一個圖形放大或縮小。

(12) 會畫直棱柱、圓柱、圓錐、球的主視圖、左視圖、俯視圖，能判斷簡單物體的視圖，並會根據視圖描述簡單的幾何體；

(13) 會寫出矩形的頂點座標，體會可以用座標刻畫一個簡單圖形；

(14) 在平面上，能用方位角和距離刻畫兩個物體的相對位置。

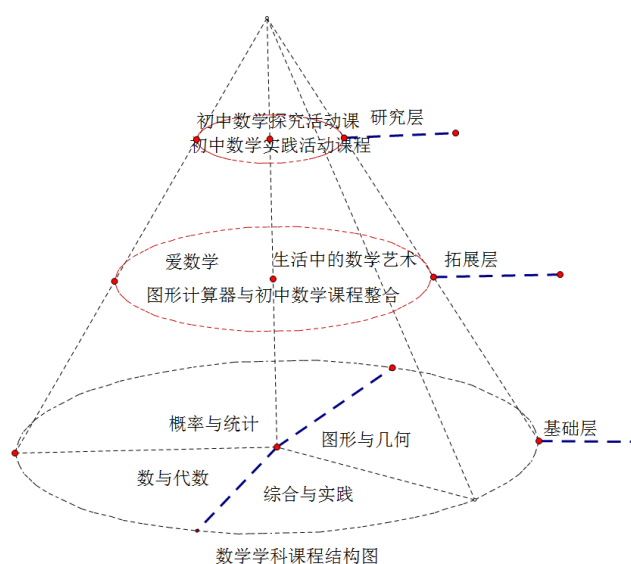
四、典型案例

案例 1 《讓我們來算一算》

該課程是某學校初一年級幾位教師針對初一學生計算能力較差，學習興趣不高的現狀而開發，目的是為了提高學生的計算能力。該課程開發圍繞國家課程來設計的，課程資源也相當多依靠教科書或相關輔助材料。《讓我們來算一算》是學校三個年級系列課程之一，從課程內容的開發上來看，基本採用改編的方式。內容的選材是整合或改編自課本習題或互聯網。這種方式是校本課程開發初級階段常用的一種方式，簡單易行。這對老師的課程開發能力要求不是很高，佔用老師的時間也不是很多。他們採取的方式是對國家課程即課本所學內容進行有益的補充、擴展、改編。課程目標設置為掌握初一數學的有理數、整式、一元一次方程的基本運算掌握線段和角度的相關計算。通過計算解決問題，並在探索中歸納總結解題方法。從課程實施的優勢來看，這類校本課程實效性較強，能增強運算的準確性與細緻性，掌握運算的技巧策略，能有效提高學生的運算能力，提高學生的學習成績，增強其自信心。從劣勢來看，該課程的開發缺乏系統性；由於個人單獨開發，各自承擔其中一部分，組內成員缺乏必要的時間交流討論，教師備課還是以自己為中心，沒有充分整合各人優勢，發揮集體智慧，這樣對教師和學生益處都不大；課程內容過於單調，以學科知識為中心，較少考慮學生的需求與興趣等。這些經驗和教訓為我們在開發和實施校本課程時提供很多思考和啟示。

案例 2 北京朝陽區某校初中數學校本課程開發

根據裴娣娜教授對學生學習力的分析和宋乃慶教授對數學學科學習力的解讀，以及關於數學學科本質、學生數學發展需求的認識和研究，北京朝陽區某校初中數學學科課程分成如圖中的三個層次，依次為基礎層、拓展層、研究層。力求突出數學學習、數學實踐、數學創新能力的發展。其中基礎層主要著眼於學生過去與當下的數學學習，其目的在於說明學生儘快地跟上以及更好地學習初中數學必修內容。根據學習力中三個基礎要素分成三類：知識與經驗類，如數學四大領域《圖形與幾何》、《數與代數》、



《統計與概率》、《綜合與實踐》中的“四基”，《小初數學銜接》等；思維與方法類，如《圖形計算器與初中數學整合》、《初中數學探究活動課程》、《初中數學思想方法應用》；興趣與價值觀類，《愛數學》、《生活中的數學藝術》、《初中數學實踐活動課程》。值得說明的是，這三類課程的價值並非完全分離的，而只是更側重於某一方面而已。比如《生活中的數學藝術》，用數學的眼光、數學的方法看待生活中也許與數學風馬牛不相及的現象，其必然會涉及基本的數學知識和思維方法，但這門課程設置的核心目的在於激發起學生的數學興趣，並通過這門課程體現數學在處理日常生活現象時獨特之處，進而賦予學生數學學習的價值感。

基礎層課程主要是指數學必修課程，但需要根據學生的情況進行校本化處理，具體包括課程體系的重組、課程難度的調整以及課時的調整等。我們將國家課程的四大模組：數與代數、圖形與幾何、統計與概率、綜合與實踐的內容重新梳理，以反映未來社會公民所必須的數學思想方法為主線選擇和安排教學內容，同時，在教學的深度和廣度上再做橫向分層。比如，對於“圖形計算器與數學課程整合課程班”，我們嘗試以思維與方法為主線，強化數學內容內在的聯繫與邏輯。而對於普通班級嘗試以知識與經驗為主線，適當降低知識難度，注重數學活動經驗的積累，通過知識組織的小螺旋以增加同一知識的不同水準在初中學段的迴圈次數。

拓展層與研究層課程主要著眼於學生未來發展，其中研究層課程是拓展層課程的進一步拓展與提升。基於學生未來發展的思考，籠統地將數學拓展層課程分為服務於有數學興趣與數學興趣不大的學生兩小類。一是數學基礎課的拓展與延伸，幫助數學學困生提高數學學習興趣、解決學習中的障礙。二是開發學生潛能，強化領悟數學基本思想，積累數學活動基本經驗，促進學生個性發展。而將研究層課程分為服務於有明顯數學研究志趣與沒有明顯數學研究志趣的學生兩小類。其中，為有數學興趣甚至有數學研究志趣的學生開設的選修課程，更強調數學思維與方法，特別是研究層課程中還強調數學研究的問題意識；而為數學興趣不強、沒有數學研究志趣的學生開設的選修課程，則更強調數學的趣味性與實用性，強調數學與其他學科的交叉。如在拓展層課程中可以開設《數學中的美學》《美術中的數學藝術》等課程，而在研究層課程中則可以開設《基於幾何學的趣味繪圖》等課程。從基礎層到拓展層再到研究層是一個逐級變窄的過程。這也體現了學生由共同基礎，到個性發展，再到特長發展的過程。

總之，在強調學生個性化發展的過程中，學校課程頂層設計極為關鍵，而學科課程體系的建設又為頂層設計的有效落實提供了重要保障。

參與本指引編寫的團隊名單：

綦春霞 北京師範大學 教授 博士生導師

劉曉玫 首都師範大學 教授 博士生導師

王瑞霖 首都師範大學 副教授 博士

白雪峰 北京教育學院朝陽分院 特級教師

羅琳 北京教育學院豐台分院附中 高級教師，副校長

馬復 南京師範大學 教授

郝連明 北京師範大學博士 吉林師範大學教師

張新顏 天津師範大學 博士 講師

李偉東 澳門聖若瑟教區中學五校

黃雪瑩 高美士中葡中學

鄧海棠 鏡平學校

方杏華 粵華中文中學

裴娣娜 專案顧問 北京師範大學教授，博士生導師。

張迪（專案秘書） 北京師範大學

勞向彥 澳門聯絡員 澳門教育局